Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\ln(x + 1) + \ln(3x - 2) = 3\ln 2$.

Domaine de définition : $\ln A$ est défini si et seulement si $A > 0$.

Il faut simultanément imposer $\left\{\begin{array}{l} x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1 \\ 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > +\dfrac{2}{3} \end{array}\right\}$ soit $D =] +\dfrac{2}{3} ; +\infty [$.

On sait : $\ln A + \ln B = \ln AB$ et $p\ln A = \ln (A^p)$, d'où :

$\ln [(x + 1)(3x - 2)] = \ln(2^3) \Leftrightarrow \ln [(x + 1)(3x - 2)] = \ln 8$.

La fonction logarithme népérien est injective, d'où $\ln A = \ln B \Leftrightarrow A = B$.

$(x + 1)(3x - 2) = 8 \Leftrightarrow 3x^2 + x - 10 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 120 = 121 = 11^2$.

Les racines sont $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 + 11}{6} = +\dfrac{5}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 - 11}{6} = -2$.

Seule la première racine appartient au domaine de définition : $S = \{ +\dfrac{5}{3} \}$.

b) $\ln[(x + 1)(3x - 2)] = 3\ln 2$.

Domaine de définition : Il faut imposer $(x + 1)(3x - 2) > 0$, soit $3x^2 + x - 2 > 0$.

Les racines du trinôme sont -1 et $+\dfrac{2}{3}$. Il faut que x soit extérieur à ces racines : $D =]-\infty ; -1[\cup] +\dfrac{2}{3} ; +\infty[$.

On revient alors à : $\ln [(x + 1)(3x - 2)] = \ln(2^3)$ et la résolution est identique au cas précédent.

Les deux racines $+\dfrac{5}{3}$ et -2 sont dans le domaine de définition, donc $S = \{ -2 ; +\dfrac{5}{3} \}$.