Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $2 \ln (x - 3) - \ln 2 = \ln (2x - 3)$

$\ln A$ n'est défini que si $A > 0$.

Il faut donc imposer $x - 3 > 0$, soit $x > 3$ et $2x - 3 > 0$, soit $x > \frac{3}{2}$, d'où $D_f =]3 ; +\infty[$.

On sait que $n \ln A = \ln (A^n)$ et $\ln A + \ln B = \ln (AB)$.

L'équation devient : $\ln (x - 3)^2 = \ln 2 + \ln (2x - 3) = \ln [2(2x - 3)]$.

La fonction $\ln x$ est injective , ce qui signifie que : $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$.

Donc, $(x - 3)^2 = 2(2x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 4x - 6 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 15 = 0$.

Les solutions de cette équation sont $x_1 = 5 - \sqrt{10}$ et $x_2 = 5 + \sqrt{10}$.

Seule la seconde solution vérifie $x > 3$, d'où $S = \{5 + \sqrt{10}\}$.

b) $\ln (2x^2) = 1 + \ln (3x - e)$

Conditions d'existence : $2x^2 > 0$, soit $x \neq 0$ et $3x - e > 0$, soit $x > \frac{e}{3}$. Donc $D_f =]\frac{e}{3} ; +\infty[$.

$\ln (2x^2) = 1 + \ln (3x - e) = \ln e + \ln (3x - e) = \ln [e(3x - e)]$.

On déduit : $2x^2 = 3ex - e^2$, soit $2x^2 - 3ex + e^2 = 0$.

Les solutions de cette équation sont $x_1 = e$ et $x_2 = \frac{e}{2}$ toutes deux valables , soit $S = \{ \frac{e}{2} ; e \}$.