Valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[a\ ;b]$.

On note $\overline{f}_{[a\ ;\ b]}$ la *valeur moyenne* de f sur l'intervalle $[a\ ;b]$.

C'est la *hauteur* du *rectangle* dont la surface est identique à celle de la fonction f sur l'intervalle $[a\ ;b]$.

Surface du rectangle équivalent : $L \times l = (b-a) \times \overline{f}_{[a\ ;\ b]}$.

Surface sous C_f : $\int_a^b f(x)\,dx$.

D'où : $(b-a) \times \overline{f}_{[a\ ;\ b]} = \int_a^b f(x)\,dx \Leftrightarrow \boldsymbol{\overline{f}_{[a\ ;\ b]} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx}$.

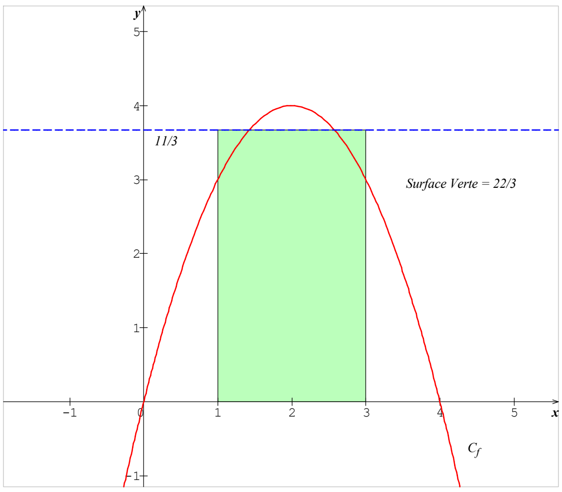
Valeur moyenne de f sur $[a\ ;b]$: $\boldsymbol{\overline{f}_{[a\ ;\ b]} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx}$

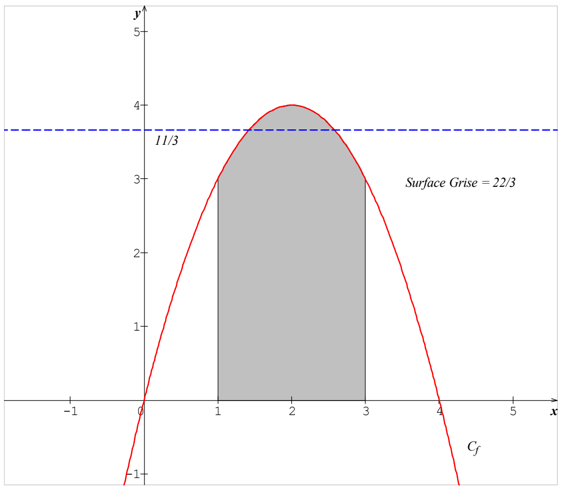
Exemple :

Soit $f(x) = -x^2 + 4x$.

Calculer la *valeur moyenne de f* sur l'intervalle $[1\ ;3]$.

$$\overline{f}_{[1\ ;\ 3]} = \frac{1}{3-1}\int_1^3 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_1^3 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2\right]_1^3 = \frac{1}{2}\,[(-\frac{27}{3} + 18) - (-\frac{1}{3} + 2)] = \frac{11}{3} \approx 3{,}66 .$$





La surface verte perd en hauteur, mais compense cette perte en largeur.

Les deux surfaces sont égales.

La *valeur moyenne* de f est la *hauteur* du rectangle vert.