e1144

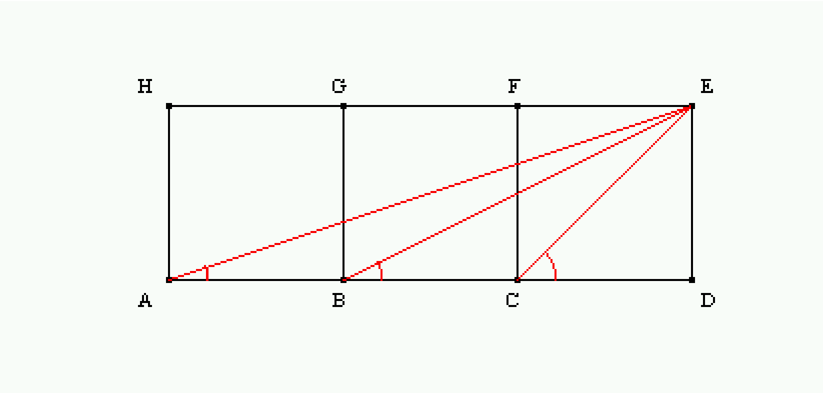
Soient a et b appartenant à l'intervalle $[0\,;\frac{\pi}{2}]$.

a) Calculer les angles a et b, sachant que $\sin(a+b)=1$ et $\sin(a-b)=\frac{1}{2}$.

b) En déduire la valeur exacte de $\tan(2a+b)$.

e1261

Soit trois carrés identiques accolés, comme ci-dessous :



On nomme a l'angle $\widehat{DAE}$, b l'angle $\widehat{DBE}$ et c l'angle $\widehat{DCE}$.

1/ Calculer $\tan a$, $\tan b$, $\tan(a+b)$.

2/ En déduire que $a+b=c=\frac{\pi}{4}$.

e4788

Calculer les nombres A et B :

$$A=\cos\frac{3\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{4}+\cos\frac{7\pi}{4}+\cos\frac{9\pi}{4}+\cos\frac{11\pi}{4}.$$

$$B=\sin\frac{\pi}{8}+\sin\frac{3\pi}{8}+\sin\frac{7\pi}{4}+\sin\frac{11\pi}{8}+\sin\frac{15\pi}{8}.$$

e1544

Soit l'équation : $\cos 3x - \sin 3x=\sqrt{2}$.

1/ Montrer que $\cos 3x - \sin 3x=\sqrt{2}\cos(3x+\frac{\pi}{4})$.

2/ Résoudre l'équation proposée sur $[\,0\,;2\pi\,[$.

e0062

Résoudre sur $[\,0\,;2\pi\,[$: $\cos(2x-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$.

e4770

Résoudre sur $[0\,;2\pi[$: $4\sin^2 x+4\sin x-3=0$.

e5243

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

1/ Montrer que, pour tout x réel : $f(x + \pi) = f(x)$.

On en déduit que f est périodique, de période π.

2/ On étudie cette fonction sur $[0\,;\pi]$.

a) Calculer $f'(x)$, où f' est la fonction dérivée de f.

b) Déterminer les réels x de l'intervalle $[0\,;\pi]$ tels que $f'(x) = 0$.

c) <u>En déduire</u> le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\pi]$, en fonction des valeurs de x.

d) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\,;\pi]$.

3/ Tracer la courbe C_f, représentative de f sur l'intervalle $[0\,;\pi]$.

e4757

Soit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ A l'aide d'un logiciel traceur de courbes, comme SINEQUANON, tracer les courbes représentatives des fonctions $f : x \to f(x) = \cos(x)$ et $g : x \to g(x) = +\frac{1}{2}$.

(*Il est conseillé de prendre pi/3 comme unité d'abscisse, de longueur 1cm et 1 pour unité d'ordonnée, de longueur 4cm*).

2/ En déduire sur l'intervalle $[-\frac{8\pi}{3}\,; +\frac{13\pi}{3}]$ l'ensemble des solutions de l'équation $\cos x = +\frac{1}{2}$.

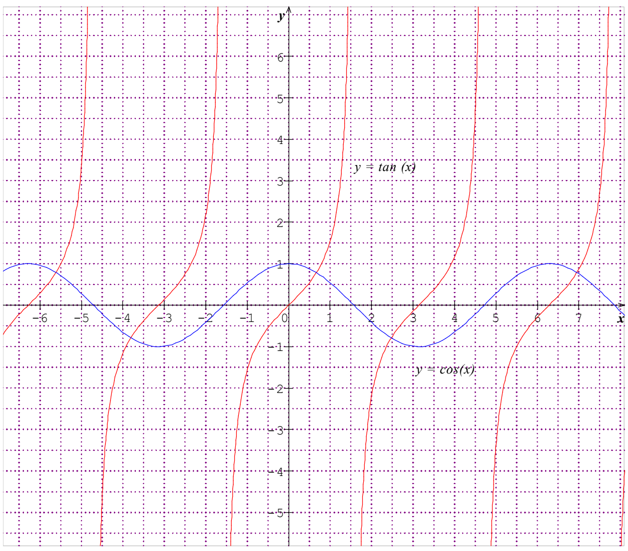
3/ On peut constater que les solutions se répartissent en deux familles distinctes, avec une largeur 2π entre chaque solution de chaque famille. En déduire les solutions de $\cos x = +\frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}$.

(*On utilisera une présentation avec* $2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$).

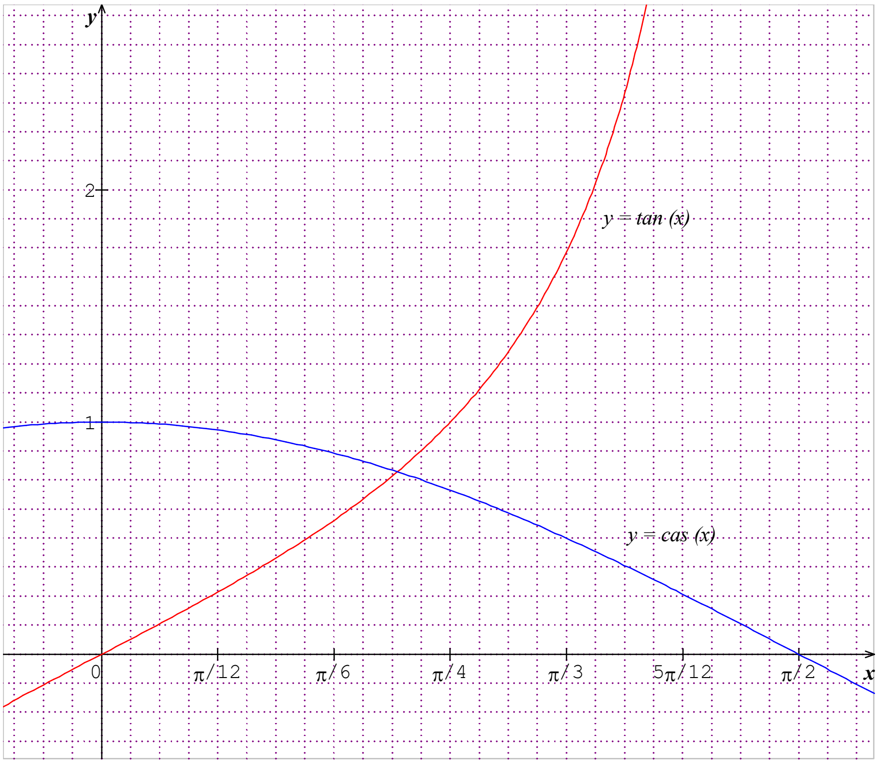
4/ En déduire les solutions de l'équation $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = +\frac{1}{2}$ appartenant à l'intervalle $[0\,; 2\pi[$.

e4758

On rappelle ci-dessous les courbes représentatives des fonctions $y = \cos(x)$ et $y = \tan(x)$ sur $\mathbb{R}$.



Un agrandissement limité à l'intervalle $[0\,;\pi]$ donne le résultat suivant :



1/ A partir de cette figure, donner la meilleure approximation possible de la solution α , en degrés, de l'équation $\tan(x) = \cos(x)$ résolue sur $[0 ; \pi]$.

2/ A partir de l'équation $\tan(x) = \cos(x)$, se ramener à une équation du second degré en $\sin(x)$.

Déterminer l'unique solution $\sin(x)$, puis une approximation à la calculatrice de la solution α correspondante.

e2221

Soit la fonction f telle que $f(x) = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$.

1/ Ecrire $f(x)$ sous la forme $f(x) = A \cos(2x + \varphi)$, où A et φ sont des nombres réels à déterminer.

2/ Expliquer pourquoi le domaine d'étude $I = [-\frac{\pi}{6} ; +\frac{\pi}{3}]$ est justifié.

3/ Etudier les variations de f sur cet intervalle, et tracer son graphe sur un intervalle d'étendue égale à la période de f.

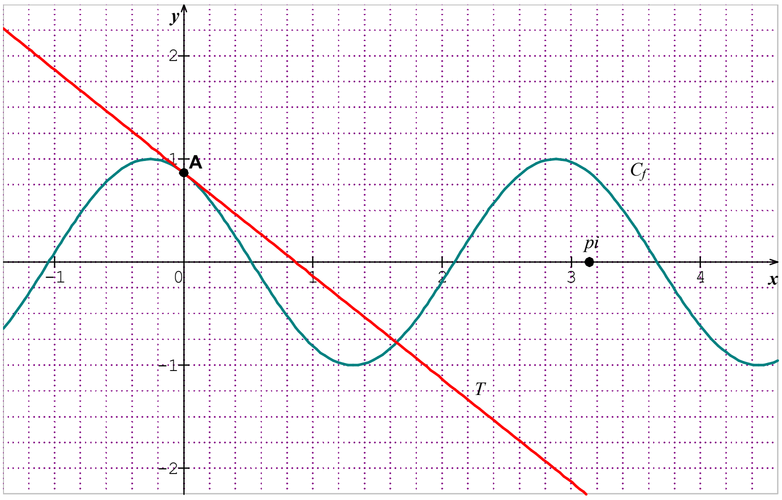
e0084

Faire l'étude et tracer le graphe de $f : x \to f(x) = \dfrac{2 + \cos x}{2 \cos x - 1}$ sur un intervalle de largeur 2π judicieusement choisi.

e5203

Sur le dessin ci-dessous, on a représenté graphiquement une fonction f dont l'expression est donnée par :

$$f(x) = \cos(ax + b)\text{, où } a \in \mathbb{R} \text{ et } b \in [0\,;\frac{\pi}{2}]\,.$$



La courbe représentative de f coupe l'axe des ordonnées en A, où la tangente à la courbe C_f admet pour équation :

$$y = -x + \frac{\sqrt{3}}{2}\,.$$

Calculer a et b.

e1709

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \sin^2 x + \cos x$.

1/ Montrer que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude à $[\,0\,;\pi\,]$.

2/ Etudier f et construire sa courbe représentative (C) sur $[-\pi\,;+\pi\,]$.

3/ Montrer que sur l'intervalle $[\,0\,;\pi\,]$, la courbe (C) coupe l'axe des abscisses en un et un seul point d'abscisse α.

Déterminer en radians une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

4/ Utiliser (C) pour résoudre et discuter le nombre et la position des solutions de l'équation :

$$E_m \mid \sin^2 x + \cos x - m = 0$$

dans laquelle m est un paramètre réel et x un élément de $[\,-\pi\,;+\pi\,]$.

e3844

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$.

1/ Justifier que f est périodique de période 2π. Etudier la parité de f.

En déduire qu'il suffit d'étudier la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\pi]$.

2/ Démontrer que, pour tout réel x, on a $f'(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$.

3/ Etudier les variations de f sur $[0\,;\pi]$.

4/ Représenter graphiquement f sur $[0\,;\pi]$ puis sur $[-2\pi\,;2\pi]$.