Résoudre dans $\mathbb{R}$: $7x^2 + 12x - 4 = 0$.

Remarque préliminaire :

Dans l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$: Si a et c sont de signes contraires, l'équation admet des solutions x , aussi appelées *racines* de l'équation.

Preuve : a , c de signes contraires $\Leftrightarrow$ $ac < 0$, d'où $-4ac > 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = b^2 + (-4ac) > 0$, somme de deux termes positifs.

$\Delta > 0$: L'équation admet des solutions x .

Utilisation des formules habituelles :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4(-28) = 256 = 16^2 > 0 \ . \quad \begin{cases} x' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-12 - 16}{14} = -\dfrac{28}{14} = -2 \\ x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-12 + 16}{14} = +\dfrac{4}{14} = +\dfrac{2}{7} \end{cases} \ , \text{ d'où } \ S = \{-2 : +\frac{2}{7}\} \ .$$

Utilisation du discriminant réduit Δ' : $b = +12$ pair $\Rightarrow$ $\boldsymbol{b = 2b'}$, avec $b' = +6$.

$$\boldsymbol{\Delta' = b'^2 - ac} = 6^2 - (-28) = 64 = 8^2 > 0 \ . \quad \begin{cases} \boldsymbol{x' = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{-6 - 8}{7} = -\dfrac{14}{7} = -2} \\ \boldsymbol{x'' = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{-6 + 8}{7} = +\dfrac{2}{7}} \end{cases} \ , \text{ d'où } \ S = \{-2 : +\frac{2}{7}\} \ .$$

L'intérêt du discriminant réduit Δ' , est de limiter le recours à la calculatrice. (et surtout la complexité des calculs, lorsque celle-ci n'existait pas).