Daphné joue à un jeu de fléchettes, où les disques concentriques successifs de la cible permettent d'obtenir 3, 5, 7 ou 10 points. Elle joue 30 parties de suite, avec les résultats suivants :

x_i nombre de points sur la cible, n_i nombres de lancers obtenant ce nombre de points, $1 \leq i \leq 4$.

x_i	3	5	7	10
n_i	8	11	7	4

1/ Déterminer le nombre de points moyen obtenu par Daphné à chaque lancer : $\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{4} n_i\, x_i$.

x_i	3	5	7	10	S
n_i	8	11	7	4	**30**
$n_i\, x_i$	24	55	49	40	**168**

$N = 30$, $S = 168 \Rightarrow \overline{X} = E(X) = \frac{S}{N} = \frac{168}{30} = 5{,}6$ points par lancer de fléchette.

La moyenne respecte le traitement par bloc, c'est-à-dire que si l'on regroupe deux échantillons (séries de lancers), la moyenne de la somme des résultats est égale à la somme des moyennes de chaque série.

2/ Déterminer l'écart moyen de ses lancers par rapport à la moyenne précédente : $e_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{4} |x_i - \overline{X}|$.

x_i	3	5	7	10	S
n_i	8	11	7	4	**30**
$x_i - \overline{X}$	-2,6	-0,6	1,4	4,4	
$\lvert x_i - \overline{X} \rvert$	2,6	0,6	1,4	4,4	
$n_i \lvert x_i - \overline{X} \rvert$	20,8	6,6	9,8	17,6	**54,8**

$N = 30$, $S = 54{,}8 \Rightarrow e_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{4} |x_i - \overline{X}| = \frac{S}{N} = \frac{54{,}8}{30} = 1{,}827$ points.

En moyenne, le nombre de points obtenus par Daphné par rapport à la moyenne $\overline{X}$ est de 1,827 point.

Cette information permettrait, si un autre joueur obtenait une moyenne identique à celle de Chloé, ou très proche, de déceler le joueur qui aurait les résultats les plus homogènes, les mieux groupés autour de leur moyenne (indice de dispersion).
L'inconvénient de l'écart moyen est de ne pas respecter le traitement par bloc, c'est-à-dire que si l'on regroupe deux échantillons (séries de lancers), l'écart moyen de la somme des résultats n'est pas la somme des écarts-moyens de chaque série.

3-a) Déterminer la variance de la série précédente : $V(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{4} (x_i - \overline{X})^2$.

x_i	3	5	7	10	S
n_i	8	11	7	4	**30**
$x_i - \overline{X}$	-2,6	-0,6	1,4	4,4	
$(x_i - \overline{X})^2$	6,76	0,36	1,96	19,36	
$n_i(x_i - \overline{X})^2$	54,08	3,96	13,72	77,44	**149,2**

$N = 30$, $S = 149,2 \Rightarrow V(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{4} (x_i - \overline{X})^2 = \frac{S}{N} = \frac{149,2}{30} = 4,973$ (pas d'unité, ou alors points^2 !) .

La Variance est un indice de dispersion.

La variance respecte le traitement par bloc, c'est-à-dire que si l'on regroupe deux échantillons (séries de lancers), la variance de la somme des résultats est égale à la somme des variances de chaque série.

Du fait de la mise au carré, l'inconvénient de l'utilisation de la Variance pour la mesure de la dispersion d'une série statistique, est qu'elle accroit l'influence des grands écarts (mise au carré de grands nombres), tout en minimisant l'influence des petits écarts, en particulier inférieurs à 1.

Pour compenser cet inconvénient, et redonner une unité à l'indice de dispersion, on prend la racine carrée de la Variance, pour obtenir l'Ecart-Type.

b) Vérifier qu'on peut aussi utiliser la formule $V(X) = \overline{X^2} - \overline{X}^2$, avec $\overline{X^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{4} n_i x_i^2$.

x_i	3	5	7	10	S
n_i	8	11	7	4	**30**
x_i^2	9	25	49	100	
$n_i x_i^2$	72	275	343	400	**1090**

$N = 30$, $S = 1090 \Rightarrow \overline{X^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{4} n_i x_i^2 = \frac{S}{N} = \frac{1090}{30} = 36,333$.

$V(X) = \overline{X^2} - \overline{X}^2 = \frac{1090}{30} - \left(\frac{168}{30}\right)^2 = \frac{30 \times 1090 - 168^2}{30^2} = \frac{4476}{900} = 4,973$.

c) En déduire l'écart-type $\sigma(X)$ de la série précédente.

L'écart-Type est $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{4,973} = 2,23$ points par partie. (Indice de dispersion).