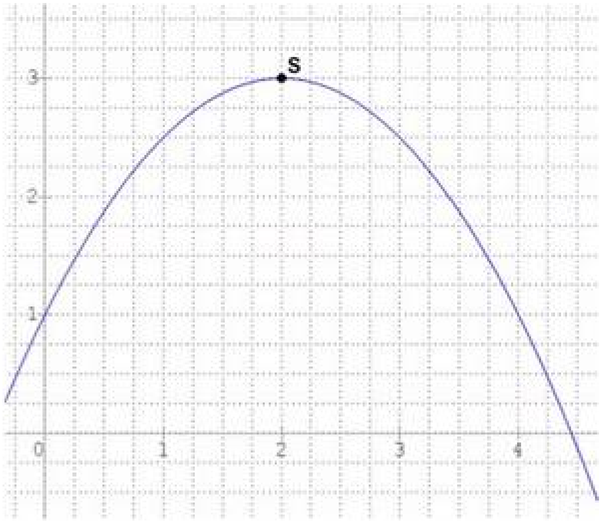
Une fonction f, polynôme du second degré, est représentée graphiquement ci-dessous.
Déduire de cette représentation graphique la forme canonique de la fonction f.



Une fonction polynôme du second degré admet une écriture de forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec a , b et c réels.
Remarque : La courbe présentant un *maximum* et non un *minimum* , on peut affirmer que $a < 0$.

Une de ses écritures sous forme canonique est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$, abscisse du maximum,

et $\beta = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$, ordonnée du maximum S .

En comparant avec la courbe représentative de f, on déduit $\alpha = -\frac{b}{2a} = +2$ et $\beta = \frac{4ac - b^2}{4a} = +3$.

En conséquence : $f(x) = a(x - 2)^2 + 3$.

Une information complémentaire est nécessaire, afin de déterminer la valeur de a :
On remarque que $f(0) = 1$, puisque la courbe passe par le point A(0 ; +1) .

$f(x) = a(x - 2)^2 + 3 \Rightarrow f(0) = a(-2)^2 + 3 = 4a + 3$. D'où $f(0) = 1 \Leftrightarrow 4a + 3 = 1 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$.

On déduit $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$.

Le développement de la forme canonique donne : $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$.