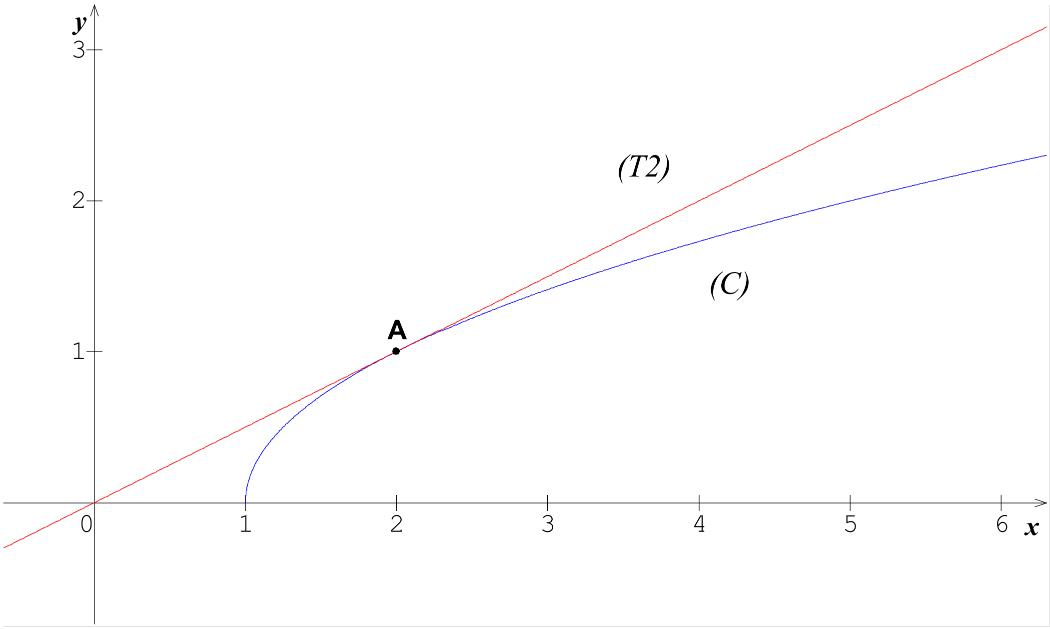
1/ Utiliser un logiciel de géométrie pour présenter la courbe (C), représentative de $f(x) = \sqrt{x-1}$ sur $I = [0 ; 6]$.



2/ Déterminer l'équation de la tangente T_a à la courbe © à l'abscisse $x = a$.

$T_a : y = f'(a)(x-a) + f(a)$, avec $f = \sqrt{u} \Rightarrow f' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

$f(a) = \sqrt{a-1}$ et $f'(a) = \dfrac{1}{2\sqrt{a-1}}$.

$T_a :\ y = \dfrac{1}{2\sqrt{a-1}}(x-a) + \sqrt{a-1} \Rightarrow T_a :\ y = \dfrac{1}{2\sqrt{a-1}}.x + \left(\sqrt{a-1} - \dfrac{a}{2\sqrt{a-1}}\right)$, sous forme réduite, ou encore :

$T_a :\ y = \dfrac{1}{2\sqrt{a-1}}.x + \dfrac{2(a-1)-a}{2\sqrt{a-1}} \Rightarrow \boldsymbol{T_a : y = \dfrac{1}{2\sqrt{a-1}}.x + \dfrac{a-2}{2\sqrt{a-1}}}$.

3/ Déterminer la valeur de a telle que T_a passe par l'origine O du repère, et tracer T_a sur le graphique précédent.

T_a passe par l'origine O si et seulement son équation vérifie $y = 0$ en $x = 0$.

$0 = \dfrac{1}{2\sqrt{a-1}} \times 0 + \dfrac{a-2}{2\sqrt{a-1}} \Leftrightarrow a - 2 = 0$, soit $a = +\,2$.

L'équation de T_2 est alors $y = \dfrac{1}{2}x$.