

Résoudre le système suivant $\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 31 \\ 5x^2 + 12y^2 = 57 \end{cases}$.

On pose $X = x^2$ et $Y = y^2$. Le système devient $\begin{cases} 3X + 4Y = 31 \\ 5X + 12Y = 57 \end{cases}$.

D'où : $\begin{array}{l} 3L_1 \\ -L_2 \end{array} \begin{cases} 3X + 4Y = 31 \\ 5X + 12Y = 57 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9X + 12Y = 93 \\ -5X - 12Y = -57 \end{cases}$, et par addition en colonnes $4X = 36 \Leftrightarrow X = +9$.

On reporte $X = +9$ dans $3X + 4Y = 31$, d'où : $4Y = 4 \Leftrightarrow Y = +1$.

En conséquence : $\begin{cases} x^2 = +9 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = +3 \\ y^2 = +1 \Leftrightarrow y = -1 \text{ ou } y = +1 \end{cases}$.

Il existe quatre couples $(x ; y)$ solutions $\{(-3 ; -1), (-3 ; +1), (+3 ; -1), (+3 ; +1)\}$.