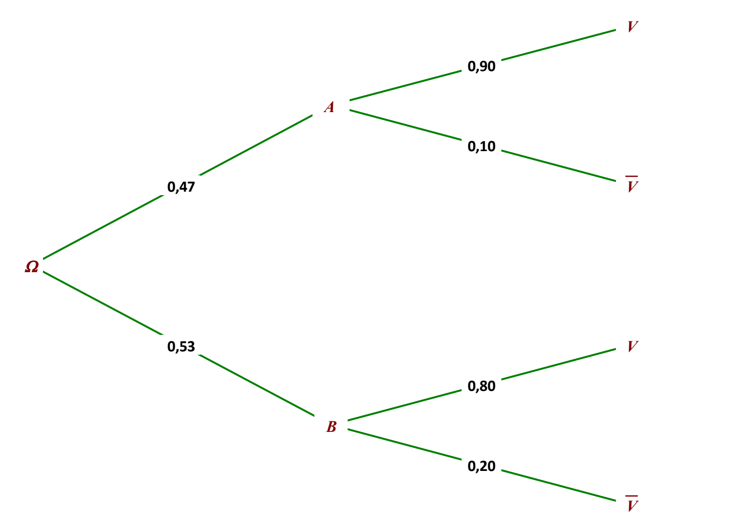
En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs.
Parmi les 1200 personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.
Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes qui déclarent vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et voteront en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes qui déclarent vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et voteront en réalité pour le candidat A.
On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage, et on note :

- ***A* l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A » ;**
- ***B* l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B » ;**
- ***V* l'évènement « La personne interrogée dit la vérité ».**

1/ Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.



2-a) Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.

$p(V) = p(A \cap V) + p(B \cap V) = p(A)\times p_A(V) + p(B)\times p_B(V) = 0{,}47\times 0{,}90 + 0{,}53\times 0{,}80 = 0{,}847$.

b) Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A.

$p_V(A) = \dfrac{p(A \cap V)}{p(V)} = \dfrac{0{,}47\times 0{,}90}{0{,}847} = 0{,}499$.

3/ Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529.

$p(A) = p(A \cap V) + p(B \cap \overline{V}) = 0{,}47\times 0{,}90 + 0{,}53\times 0{,}20 = 0{,}529$.

4/ L'institut de sondage publie les résultats suivants :

> **52,9% des électeurs* voteraient pour le candidat A .**
>
> *** estimation après redressement, fondée sur un sondage d'un échantillon représentatif de 1.200 personnes.**

Au seuil de confiance de 95%, le candidat A peut-il croire en sa victoire ?

$f = 0{,}529$, probabilité de vote pour le candidat A , déduite de l'échantillon de 1200 personnes étudié.

$I.C. = [\, f - \frac{1}{\sqrt{n}}\, ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\,] = [0{,}529 - \frac{1}{\sqrt{1200}}\, ; 0{,}529 + \frac{1}{\sqrt{1200}}\,] = [\ 0\ ;5001\ ;\ 0{,}5579\ ]$.

Pour être élu il faut que le candidat A atteigne 50% des votes, soit $p = 0{,}50$, qui appartient (de justesse) à $I.C.$

Le candidat A peut raisonnablement croire en sa victoire, avec un taux d'erreur de 5%.

5/ Pour effectuer ce sondage, l'institut de sondage a réalisé une enquête téléphonique, à raison de 10 appels par demi-heure.

La probabilité pour qu'une personne contactée accepte de répondre est 0,4 .

L'institut de sondage souhaite obtenir un échantillon de 1200 réponses.

Quel temps, exprimé en heures, l'institut de sondage doit-il prévoir pour atteindre cet objectif ?

1200 réponses, imposent $\frac{1200}{0{,}4} = 3000$ appels, à raison de 20 appels par heure, soit 150 heures à prévoir.