Soit l'espace affine E_3 muni du repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$.
Soient les points $A(2, 1, 0)$, $B(0, 1, 2)$. Déterminer une équation cartésienne du plan (P) passant par le point $C(1, 1, 1)$ et perpendiculaire à la droite (AB) .

On sait que le plan $P : ax + by + cz + d = 0$ admet pour vecteur *normal* (orthogonal) $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = -2\vec{i} + 2\vec{k}$ multiple de $\vec{u} = \vec{i} - \vec{k} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$.

On pose : $a = 1$, $b = 0$, $c = -1$, d'où : $P :\ x + 0y - z + d = 0 \Leftrightarrow P :\ x - z + d = 0$.

Imposons $C(1, 1, 1) \in (P)$, soit : $1 - 1 + d = 0 \Leftrightarrow d = 0$.

Le plan (P) admet pour équation : $P :\ x + 0y - z = 0$, ou $P \mid x - z = 0$.

On remarque que P passe par l'origine O .

2ème méthode :

$M(x\,;y\,;z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}$ orthogonal à $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{CM} = 0 \Leftrightarrow 1.(x-1) + 0.(y-1) + (-1).(z-1) = 0$.

On déduit : $P : x - z = 0$, $\forall y \in \mathbb{R}$.