Déterminer l'intervalle dans lequel varie a réel, pour que $\int_a^{2a} e^{-x}\,dx < -2$ soit vrai.

$\int_a^{2a} e^{-x}\,dx = [-e^{-x}]_a^{2a} = -e^{-2a} + e^{-a}$.

$\int_a^{2a} e^{-x}\,dx < -2 \Leftrightarrow -e^{-2a} + e^{-a} < -2 \Leftrightarrow e^{-2a} - e^{-a} - 2 > 0$.

Posons $X = e^{-a}$, d'où : $X^2 - X - 2 > 0$.

Les racines de l'équation sont $X_1 = -1$ et $X_2 = +2$. L'inéquation impose $X < -1$ ou $X > +2$.

$X < -1 \Leftrightarrow e^{-a} < -1$, impossible, une exponentielle étant toujours strictement positive.

$X > +2 \Leftrightarrow e^{-a} > 2 \Leftrightarrow -a > \ln 2$, soit $a < -\ln 2$.

$S =]-\infty ; -\ln 2[$.