**Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :**

**a)** $f(x) = \dfrac{1}{e^{2x} + e^{x} + 1}$ .

$f = \dfrac{1}{u} \Rightarrow f' = -\dfrac{u'}{u^2}$ et $(e^u)' = u'.e^u$ , d'où : $f'(x) = -\dfrac{2e^{2x} + e^x}{(e^{2x} + e^x + 1)^2} = -\dfrac{e^x(2e^x + 1)}{(e^{2x} + e^x + 1)^2}$ .

*Remarque* : $f'(x) < 0$ pour tout $x$ réel.

**b)** $g(x) = \dfrac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ .

$g = \dfrac{u}{v} \Rightarrow g' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$ et $(e^u)' = u'.e^u$ , d'où : $g'(x) = \dfrac{-e^{-x}(1 + e^{-x}) - (-e^{-x})e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2} = \dfrac{-e^{-x} - e^{-2x} + e^{-2x}}{(1 + e^{-x})^2} = \dfrac{-e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$ .

*Remarque* : $g'(x) < 0$ pour tout $x$ réel, et $g(x) = \dfrac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} = \dfrac{e^x \times e^{-x}}{e^x(1 + e^{-x})} = \dfrac{1}{e^x + 1}$ sachant $e^x \times e^{-x} = e^0 = 1$ .

**c)** $h(x) = x.e^{-2x}$ .

$h = u.v \Rightarrow h' = u'v + uv'$ et $(e^u)' = u'.e^u$ , d'où : $h'(x) = 1.e^{-2x} + x.(-2e^{-2x}) = (1 - 2x)e^{-2x}$ .

*Remarque* : $h'(x)$ est du signe de $-2x + 1$ .

**d)** $j(x) = \dfrac{e^{2x}}{x}$ .

$j = \dfrac{u}{v} \Rightarrow j' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$ et $(e^u)' = u'.e^u$ , d'où : $j'(x) = \dfrac{2e^{2x}.x - 1.e^{2x}}{x^2} = \dfrac{(2x - 1)e^{2x}}{x^2}$ .

*Remarque* : $j'(x)$ est du signe de $2x - 1$ .

**e)** $k(x) = e^{1 - x^2}$ .

$(e^u)' = u'.e^u$ , d'où : $k'(x) = -2x.e^{1 - x^2}$ .

*Remarque* : $k'(x)$ est du signe de $-x$ .

**f)** $m(x) = \sqrt{e^{2x} + e^x + 1}$ .

$m = \sqrt{u} \Rightarrow m' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ et $(e^u)' = u'.e^u$ , d'où : $m'(x) = \dfrac{2e^{2x} + e^x}{2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}} = \dfrac{e^x(2e^x + 1)}{2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}}$ .

*Remarque* : $m'(x) > 0$ pour tout $x$ réel.