

1/ Soit la suite u telle que $u_n = -2n + 3$, pour tout n entier naturel.

a) Montrer que la suite u est arithmétique.

$$u_{n+1} - u_n = [-2(n+1) + 3] - [-2n + 3] = -2n - 2 + 3 + 2n - 3, \text{ soit } u_{n+1} - u_n = -2 = C^{\text{te}}.$$

Préciser sa raison, et déterminer sa limite lorsque n tend vers $+\infty$.

La suite u est arithmétique, de raison $r = -2$.

Comme toutes les suites arithmétiques de raison $r \neq 0$, la suite u diverge vers l'infini.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-2n + 3) = -\infty.$$

2/ Soit la suite v telle que $v_n = e^{u_n}$, pour tout n entier naturel.

a) Montrer que la suite u est géométrique.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{e^{u_{n+1}}}{e^{u_n}} = e^{u_{n+1} - u_n} = e^{-2} = \frac{1}{e^2} = C^{\text{te}}.$$

Préciser sa raison, et déterminer sa limite lorsque n tend vers $+\infty$.

La suite v est géométrique, de raison $q = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$.

Comme $|q| = \frac{1}{e^2} < 1$, la suite v est convergente vers 0.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{u_n} = e^{-\infty} = 0.$$