

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{x^2 + 10x + 25}{-2x^2 - 7x - 3} < 0$.

Il est plus pratique d'écrire : $\frac{x^2 + 10x + 25}{2x^2 + 7x + 3} > 0$.

On peut remarquer que $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$.

(Quand $\Delta = 0$, il y a racine double $\alpha = -\frac{b}{2a}$, et $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2$)

$$2x^2 + 7x + 3 = 0, \Delta = b^2 - 4ac = 49 - 24 = 25, \text{ Deux racines distinctes } \begin{cases} \alpha = \frac{-b - \Delta}{2a} = \frac{7 - 5}{-4} = -\frac{1}{2} \\ \beta = \frac{-b + \Delta}{2a} = \frac{7 + 5}{-4} = -3 \end{cases}$$

(Quand $\Delta > 0$, il y a deux racines distinctes α et β », et $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$).

(Quand $\Delta < 0$, il y a pas de racine, et pas de factorisation de $ax^2 + bx + c$).

On déduit :

x	$-\infty$	-5	-3		-1/2		$+\infty$
$(x + 5)^2$	+	0	+		+		+
$2x^2 + 7x + 3$	+		+	0	-	0	+
$\frac{x^2 + 10x + 25}{-2x^2 - 7x - 3}$	+	0	+		-		+

$$S =]-\infty ; -5[\cup]-5 ; -3[\cup]-\frac{1}{2} ; +\infty[.$$