

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ , on a placé les points suivants :

$$S(-3,2 ; 3,2) \quad A(8 ; 1,6) \quad W(3,2 ; 8) \quad P(1,6 ; -3,2).$$

1/ Calculer les longueurs des trois côtés de SWA.

$$AS = \sqrt{(x_S - x_A)^2 + (y_S - y_A)^2} = \sqrt{(-3,2 - 8)^2 + (3,2 - 1,6)^2} = \sqrt{(-11,2)^2 + 1,6^2} = \sqrt{128} = \sqrt{2^7} = \sqrt{2^6 \times 2} = 2^3 \sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

$$AW = \sqrt{(x_W - x_A)^2 + (y_W - y_A)^2} = \sqrt{(3,2 - 8)^2 + (8 - 1,6)^2} = \sqrt{(-4,8)^2 + 6,4^2} = \sqrt{64} = \sqrt{2^6} = 2^3 = 8.$$

$$SW = \sqrt{(x_W - x_S)^2 + (y_W - y_S)^2} = \sqrt{(3,2 - (-3,2))^2 + (8 - 3,2)^2} = \sqrt{6,4^2 + 4,8^2} = \sqrt{64} = \sqrt{2^6} = 2^3 = 8.$$

2/ Montrer que le triangle SWA est isocèle rectangle en W.

Vérifions le *Théorème de Pythagore* : Carré de l'hypoténuse = Somme des carrés des côtés de l'angle droit.

$$AS^2 = AW^2 + SW^2 \text{ car } (8\sqrt{2})^2 = 128 \text{ et } 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128.$$

Le triangle SWA est aussi isocèle, de sommet W, puisque  $AW = SW = 8$ .

3/ Calculer les coordonnées des milieux des segments [SA] et [WP].

Coordonnées du milieu d'un segment : Coordonnées du milieu = demi-sommes des coordonnées des extrémités.

$$I \text{ milieu de } [SA] \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_S}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_S}{2} \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} x_I = \frac{8 + (-3,2)}{2} = 2,4 \\ y_I = \frac{1,6 + 3,2}{2} = 2,4 \end{cases} \Rightarrow I(2,4 ; 2,4).$$

$$J \text{ milieu de } [PW] \Leftrightarrow \begin{cases} x_J = \frac{x_P + x_W}{2} \\ y_J = \frac{y_P + y_W}{2} \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} x_J = \frac{1,6 + 3,2}{2} = 2,4 \\ y_J = \frac{(-3,2) + 8}{2} = 2,4 \end{cases} \Rightarrow J(2,4 ; 2,4).$$

On constate que les diagonales [SA] et [PW] du quadrilatère SWAP ont un même milieu  $I=J$ .

4/ Montrer que SWAP est un carré.

On constate que les diagonales [SA] et [PW] du quadrilatère SWAP ont un même milieu  $I=J$ .

En conséquence, ses deux diagonales ayant un même milieu, le quadrilatère SWAP est un *parallélogramme*.

Par ailleurs, le triangle SWA étant rectangle et isocèle en W, SWAP est un carré.

