Calcul de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{x}}$.

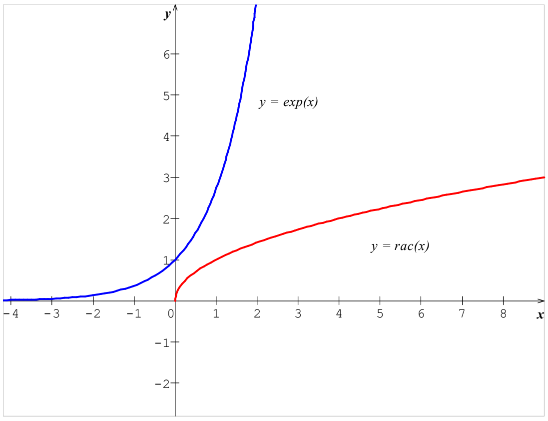
<u>1ère Méthode</u> :

Ecrire $\dfrac{e^x}{\sqrt{x}}$ à l'aide de $\dfrac{e^x}{x}$. Conclure.

$$\frac{e^x}{\sqrt{x}} = \frac{e^x}{x} \times \sqrt{x} \text{ , d'où : } \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{\sqrt{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} \times \lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} \text{ , or on sait } \begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty \end{cases}.$$

On conclue : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{x}} = +\infty$.

Le résultat était aisément prévisible, la croissance de $\sqrt{x}$ étant infiniment plus lente que celle de e^x .



<u>2ème Méthode</u> :

Pour tout $x \geq 1$, comparer x et $\sqrt{x}$.

$x - \sqrt{x} = \sqrt{x}\,(\sqrt{x} - 1)$, or la fonction $y = \sqrt{x}$ étant continue et strictement croissante, elle <u>conserve les ordres</u> :

On déduit : $x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \geq \sqrt{1}$, soit $\sqrt{x} - 1 \geq 0$.

En conséquence : $x \geq 1 \Rightarrow x - \sqrt{x} \geq 0$, soit $x \geq \sqrt{x}$.

En déduire une comparaison entre $\dfrac{e^x}{x}$ et $\dfrac{e^x}{\sqrt{x}}$. Conclure.

Pour tout $x \geq 1$, $x \geq \sqrt{x} > 0 \Rightarrow \dfrac{e^x}{x} \leq \dfrac{e^x}{\sqrt{x}}$.

Sachant $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x}$, on déduit $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{x}} = +\infty$.