

**Peut-on trouver deux nombres réels  $a$  et  $b$ , de somme  $S = +\frac{5}{4}$  et de produit  $P = +\frac{1}{2}$ ?**

Méthode rapide :

On peut savoir que deux nombres de somme  $S$  et de produit  $P$ , s'ils existent, sont les racines de  $X^2 - SX + P = 0$ .

$$S = a + b = \frac{5}{4} \text{ et } P = a \times b = \frac{1}{2} \Rightarrow a \text{ et } b \text{ sont les racines de } X^2 - \frac{5}{4}X + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 4X^2 - 5X + 2 = 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 32 = -7 < 0.$$

Les nombres recherchés n'existent pas.

Méthode détaillée :

$$\begin{cases} S = a + b = \frac{5}{4} \\ P = a \times b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{5}{4} - a, \text{ que l'on reporte dans } ab = \frac{1}{2}, \text{ soit : } a \cdot \left(\frac{5}{4} - a\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{5}{4}a - a^2 = \frac{1}{2},$$

$$\text{Le nombre réel } a, \text{ s'il existe, vérifie } a^2 - \frac{5}{4}a + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 4a^2 - 5a + 1 = 0.$$

On retrouve la même équation  $4X^2 - 5X + 2 = 0$ , qui n'admet pas de solution.

$a$  n'existant pas, il en est de même de  $b$ .