

Exemples d'erreurs, qu'il s'agit de rectifier :

1/ Le domaine de définition de $f(x) = \ln \left(\frac{2x+1}{x+2} \right)$ est $]0; +\infty[$.

$\ln(u)$ est défini si et seulement si $u > 0$, soit $\frac{2x+1}{x+2} > 0$.

Le tableau de signe de ce rapport de binômes conclue que $D_f =]-\infty; -2[\cup]-\frac{1}{2}; +\infty[$.

2/ Pour tout $x > 0$: $(\ln(x))^2 = 2 \cdot \ln(x)$.

Confusion avec $\ln(x^2) = 2 \ln(x)$ pour tout $x > 0$.

Attention, si l'on impose seulement $x \neq 0$, alors $\ln(x^2) = 2 \cdot \ln|x|$.

3/ Pour tout $x > 2$: $\ln[(2-x)(1-x)] = \ln(2-x) + \ln(1-x)$.

Un tableau de signe indique que $(2-x)(1-x) > 0$ sur $]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$, donc en particulier si $x > 2$.

Par contre : $x > 2 \Rightarrow 2-x < 0$ et $1-x < 0$, donc leurs logarithmes ne sont pas définis.

En conséquence : $\ln[(2-x)(1-x)] = \ln[(x-2)(x-1)] = \ln(x-2) + \ln(x-1) = \ln|x-2| + \ln|x-1|$.

4/ $f(x) = \ln(x^2 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

$f = \ln(u) \Rightarrow f' = \frac{u'}{u}$, d'où : $f(x) = \ln(x^2 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

5/ Le domaine de définition de $f(x) = \ln(\ln(x))$ est $]0; +\infty[$.

$\ln(u)$ est défini si et seulement si $u > 0$, ce qui impose $\ln(x) > 0$, soit $x > 1$.

Conclusion : $D_f =]1; +\infty[$.

6/ $f(x) = \ln(\ln(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{x}{\ln(x)}$.

$f = \ln(u) \Rightarrow f' = \frac{u'}{u}$, d'où : $f(x) = \ln(\ln(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)} = \frac{1}{x \cdot \ln(x)}$.