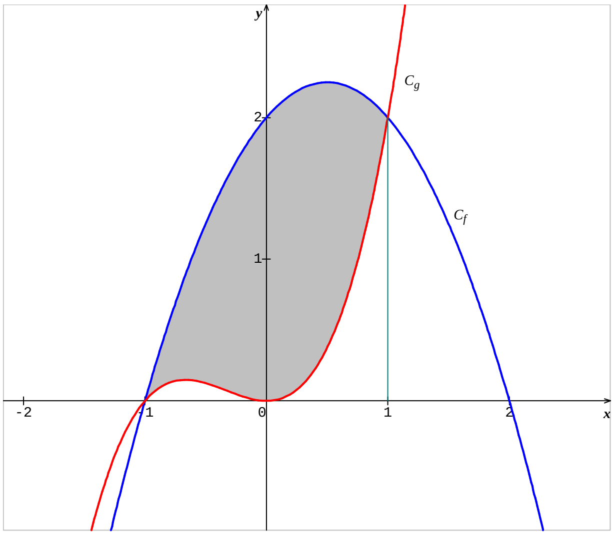
**Dans un repère orthonormé d'unités 1cm, on a tracé les courbes représentatives des fonctions suivantes, dont les points d'intersection ont pour abscisses $x_1 = -1$ et $x_2 = +1$ : $f(x) = -x^2 + x + 2$ et $g(x) = x^3 + x^2$ .**

**Déterminer l'aire de la surface colorée.**




On calcule $A = \int_{-1}^{1} [f(x) - g(x)]\, dx$ , qui mesure l'aire entre la fonction du *dessus* moins celle du *dessous*, dans le sens positif du domaine d'intégration concerné.

$A = \int_{-1}^{1} [(-x^2 + x + 2) - (x^3 + x^2)]\, dx = \int_{-1}^{1} (-x^3 - 2x^2 + x + 2)\, dx$ .

Une primitive de $(f - g)(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ est $F(x) = -\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x$ .

$A = \int_{-1}^{1} (-x^3 - 2x^2 + x + 2)\, dx = [F(x)]_{-1}^{+1} = F(1) - F(-1) = (-\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 2) - (-\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2) = -\frac{4}{3} + 4 = \frac{8}{3}$ de pavé.

Le pavé élémentaire (unité d'aire) est de surface $u \times u' = 1 \times 1 = 1$ cm$^2$ , d'où : $A = \frac{8}{3}$ cm$^2$ .