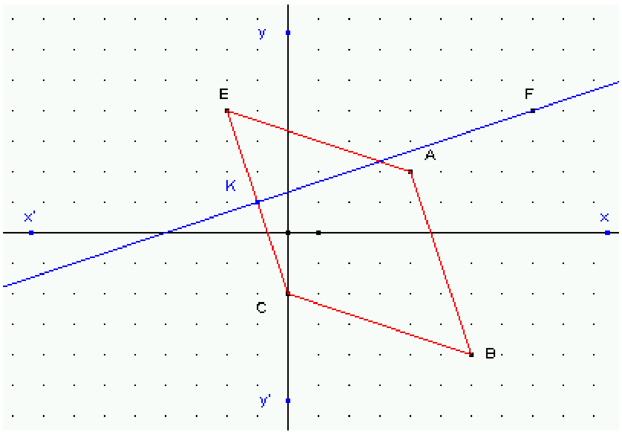
Soit un repère orthonormé $R\,(O,I,J)$ du plan.

1/ Placer les points $A\,(4\,;\,2)$, $B\,(6\,;\,-4)$, $C\,(0\,;\,-2)$ et $E\,(-2\,;\,4)$.



2 - a) Démontrer que le quadrilatère $(ABCE)$ est un parallélogramme.

Il suffit de vérifier que les diagonales $[AC]$ et $[BE]$ aient un même milieu.

I milieu de $[AC]$ $\Rightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{4+0}{2} = +2 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{2+(-2)}{2} = 0 \end{cases}$, soit $I(+2\,;\,0)$.

J milieu de $[BE]$ $\Rightarrow \begin{cases} x_J = \dfrac{x_B + x_E}{2} = \dfrac{6+(-2)}{2} = +2 \\ y_J = \dfrac{y_B + y_E}{2} = \dfrac{-4+4}{2} = 0 \end{cases}$, soit $J(+2\,;\,0)$.

Les milieux I et J sont bien confondus.

On pouvait aussi montrer l'égalité de vecteurs $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +2 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EC} = \begin{pmatrix} x_C - x_E \\ y_C - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +2 \\ -6 \end{pmatrix}$, soit l'égalité nécessaire.

(Chacun de ces vecteurs *avance* de 2 unités pour *descendre* de 6 unités)

b) Calculer les longueurs AB et BC.

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = 2^2 + (-6)^2 = 4 + 36 = 40$, d'où : $AB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (-6)^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$, d'où : $BC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

Que peut-on en déduire pour le parallélogramme $(ABCE)$?

Le parallélogramme $(ABCE)$ ayant deux cotés *consécutifs* égaux, est un *losange*.