

Déterminer a et b réels, tels que $\begin{cases} ab = -12 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{12} \end{cases}$.

On sait que deux nombres x' et x'' , de somme $S = x' + x''$ et produit $P = x'x''$ sont les racines de $X^2 - SX + P = 0$.

Donc : $P = ab = -12$ et $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{a+b}{ab} = -\frac{a+b}{12} = -\frac{1}{12} \Rightarrow S = a + b = +1$.

Les nombres a et b sont racines de l'équation $X^2 - X - 12 = 0$.

Remarque : Si $ax^2 + bx + c = 0$ est tel que a et c sont de signes contraires, alors $\Delta > 0$.

En effet : a, c de signes contraires $\Rightarrow ac < 0 \Rightarrow -4ac > 0 \Rightarrow -4ac + b^2 > 0$, soit $\Delta = b^2 - 4ac > 0$.

Pour $X^2 - X - 12 = 0$, $\Delta = b^2 - 4ac = 49$, soit $\begin{cases} X' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-7}{2} = -3 \\ X'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+7}{2} = +4 \end{cases}$.

On conclue : $(a ; b) = (-3 ; +4)$ ou $(a ; b) = (+4 ; -3)$, de somme $S = +1$ et $P = -12$.