

On dispose d'une urne contenant un très grand nombre de boules rouges et bleues.

On ignore quelle est la proportion p de boules rouges dans l'urne, et rien ne permet de faire une hypothèse sur la valeur de p .

a) On réalise un tirage de 100 boules ; on obtient 59 rouges et 41 bleues

Déterminer et interpréter l'intervalle de confiance de p au niveau de 95%.

L'intervalle de confiance de p au niveau de 95% est $I = [f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$.

f fréquence observée pour la proportion de boules rouges dans l'échantillon de taille $n = 100$: $f = \frac{59}{100} = 0,59$.

$$I = [0,59 - \frac{1}{\sqrt{100}} ; 0,59 + \frac{1}{\sqrt{100}}] = [0,49 ; 0,69] .$$

On peut estimer, au niveau 95%, soit avec une marge d'erreur de 5% , que la proportion p de boules rouges dans l'urne est comprise dans cet intervalle.

b) On souhaiterait obtenir un intervalle de confiance de la proportion de boules rouges d'amplitude inférieure à 0,01.

Quelle doit être la taille minimum de l'échantillon tiré.

On constate que l'amplitude de l'intervalle précédent est $a = 0,69 - 0,49 = 0,20$.

On veut une amplitude $a = \frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,01$, soit $\sqrt{n} \geq \frac{2}{0,01} \Leftrightarrow \sqrt{n} \geq 200$.

Il faudrait un échantillon de taille $n \geq 40.000$.