Les tests de QI sont conçus de façon à ce que, pour une population donnée, le QI moyen soit 100 et l'écart-type 15 .

Les résultats obtenus au QI sont distribués suivant une loi normale.

1/ Quel est le pourcentage de la population ayant un QI en dessous de 70 ?

Le QI est mesuré par une variable aléatoire X , qui suit la loi normale $N(\mu\ ;\ \sigma^2) = N(100\ ;\ 225)$.

Soit $Y = \dfrac{X - \mu}{\sigma} = \dfrac{X - 100}{15}$, qui suit la loi normale centrée réduite $N(0\ ;\ 1)$.

$X \leq 70 \iff \dfrac{X - 100}{15} \leq -2$, soit $p(X \leq 70) = p(Y \leq -2)$.

A l'aide d'une calculatrice TI : $p(Y \leq -2) = \text{normalcdf}(-\infty\ , -2) = 0{,}0228$.

D'où : $p(X \leq 70) \approx 0{,}0228$, soit 2,28 % .

2/ Quel est le pourcentage de la population ayant un QI entre 100 et 115 ?

$100 \leq X \leq 115 \iff 0 \leq \dfrac{X - 100}{15} \leq 1$, soit $0 \leq Y \leq 1$. ($Y = 1$ est l'abscisse d'un point d'inflexion de la courbe représentative de la densité de probabilité $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2}{2}}$.

On peut savoir $p(-1 \leq Y \leq 1) \approx 0{,}68$, donc du fait de la symétrie de C_f , on déduit $p(0 \leq Y \leq 1) \approx 0{,}34$.

Par le calcul :

$p(0 \leq Y \leq 1) = p(Y \leq 1) - \dfrac{1}{2} = \text{normalcdf}(-\infty\ , 1) - 0{,}5 = 0{,}8413 - 0{,}5 \approx 0{,}3413$.

3/ Une association regroupe les personnes volontaires et dont le QI fait partie des 2% les plus élevés.

Quel QI faut-il avoir pour pouvoir adhérer à cette association ?

On cherche a tel que $p(X \geq a) = 0{,}02$, soit $p(X \leq a) = 0{,}98$.

D'après $Y = \dfrac{X - 100}{15}$, posons $b = \dfrac{a - 100}{15}$.

La calculatrice TI donne : $b = \text{invNorm}(0{,}98) \approx 2{,}0537$.

$\dfrac{a - 100}{15} = 2{,}0537 \Rightarrow a = 15 \times 2{,}0537 + 100 = 130{,}80$.

On peut dire que les 2% de QI les plus élevés sont au dessus de 130 .