Dans un repère, on donne les trois points, A(-1 ; 2) , B(3 ; 7) et C(5 ; -1) .

a) Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [AB] .

$$\mathrm{I}(x_\mathrm{I} ; y_\mathrm{I}) \text{ milieu de } [\mathrm{AB}] \Leftrightarrow \begin{cases} x_\mathrm{I} = \dfrac{x_\mathrm{A} + x_\mathrm{B}}{2} = \dfrac{-1 + 3}{2} = +1 \\ y_\mathrm{I} = \dfrac{y_\mathrm{A} + y_\mathrm{B}}{2} = \dfrac{2 + 7}{2} = +\dfrac{9}{2} \end{cases} \text{, soit } \mathrm{I}\left(1 ; \frac{9}{2} \right) .$$

b) Déterminer une équation réduite de la droite (d) parallèle à la droite (BC) , et qui passe par I .

Soit d : $y = ax + b$ l'équation cherchée.

(d) et (BC) devant être parallèles, leurs coefficients directeurs (pente ou inclinaison) doivent être identiques.

La pente d'une droite est le rapport de ce dont monte ou descend cette droite, divisé par ce dont elle avance ou recule, en passant de l'un à l'autre de ses points.

Donc : $a = \dfrac{y_\mathrm{C} - y_\mathrm{B}}{x_\mathrm{C} - x_\mathrm{B}} = \dfrac{-1 - 7}{5 - 3} = \dfrac{-8}{2} = -4$ (la droite descend de 4 en avançant de 1).

La droite (d) a une équation de forme d : $y = -4x + b$.

b est l'ordonnée de la droite à l'origine, hauteur à laquelle elle coupe l'axe des ordonnées $y'y$, quantité qui nous est inconnue.

On va faire valoir que les coordonnées de tout point appartenant à une droite doivent vérifier l'équation de cette droite.

$\mathrm{I}(1 ; \frac{9}{2}) \in (\mathrm{d}) \Leftrightarrow y_\mathrm{I} = -4x_\mathrm{I} + b \Leftrightarrow \frac{9}{2} = -4\times1 + b \Leftrightarrow b = \frac{9}{2} + 4 = \frac{17}{2}$.

L'équation cherchée est d : $y = -4x + \frac{17}{2}$.

On remarquera que $b = \frac{17}{2}$ *signifie que la droite* (d) *coupe l'axe* $y'y$ *à l'ordonnée* $\frac{17}{2} = +8{,}5$.

c) Vérifier que la droite (d) passe par le milieu J du segment [AC] .

$$\mathrm{J}(x_\mathrm{J} ; y_\mathrm{J}) \text{ milieu de } [\mathrm{AC}] \Leftrightarrow \begin{cases} x_\mathrm{J} = \dfrac{x_\mathrm{A} + x_\mathrm{C}}{2} = \dfrac{-1 + 5}{2} = +2 \\ y_\mathrm{J} = \dfrac{y_\mathrm{A} + y_\mathrm{C}}{2} = \dfrac{2 + (-1)}{2} = +\dfrac{1}{2} \end{cases} \text{, soit } \mathrm{J}\left(2 ; \frac{1}{2} \right) .$$

Il faut vérifier que les coordonnées de J satisfont l'équation de (d) :

$\mathrm{J}(2 ; \frac{1}{2}) \in (\mathrm{d}) \Leftrightarrow y_\mathrm{J} = -4x_\mathrm{J} + \frac{17}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = -4\times2 + \frac{17}{2} = -8 + \frac{17}{2} = -\frac{16}{2} + \frac{17}{2} = +\frac{1}{2}$, ce qui est vérifié.

La droite (d) passe bien par le milieu J du segment [AC] .

Quelle propriété de géométrie vient-on d'illustrer ?

On vient de vérifier la propriété de la *droite des milieux* , selon laquelle :

Dans tout triangle, la droite qui joint les milieux de deux des côtés du triangle, est parallèle au troisième côté de ce triangle.

On pourrait également vérifier que le segment qui joint ces milieux, [IJ] *, est de longueur égale à la moitié de ce troisième côté.*

Ces deux propriétés peuvent se résumer en une seule formule vectorielle :

$$\overrightarrow{\mathrm{IJ}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{BC}} \text{ , soit (IJ) // (BC) et } \mathrm{IJ} = \frac{1}{2}\mathrm{BC} .$$