1/ Soit la suite u telle que $u_n = -5\times2^n$ pour tout entier naturel n .

Montrer que u est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{-5\times2^{n+1}}{-5\times2^n} = 2^{(n+1)-n} = 2^1 = +2$, sachant $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

$u_{n+1} = 2u_n$, pour tout entier naturel n .

la suite u est géométrique, de raison $q = +2$.

2/ Soit la suite v telle que $v_n = 2u_n + 1$, pour tout entier naturel n .

La suite v est-elle également géométrique, et dans l'affirmative, préciser sa raison.

Sinon, prouver que la suite n'est pas géométrique.

$\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{2u_{n+1}+1}{2u_n+1} = \dfrac{2(-5\times2^n)+1}{-5\times2^n+1} = \dfrac{-5\times2^{n+1}+1}{-5\times2^n+1}$ … aucune simplification ne semble possible.

La suite v ne semble pas être géométrique.

Prouvons le par un *contre-exemple* :

$v_0 = 2u_0 + 1 = 2(-5\times2^0) + 1 = 2(-5) + 1 = -9$.

$v_1 = 2u_1 + 1 = 2(-5\times2^1) + 1 = 2(-10) + 1 = -19$.

$v_2 = 2u_2 + 1 = 2(-5\times2^2) + 1 = 2(-20) + 1 = -39$.

On constate que $\dfrac{v_2}{v_1} = +\dfrac{39}{19} \approx 2{,}053$ alors que $\dfrac{v_1}{v_0} = +\dfrac{19}{9} \approx 2{,}111$.

Le rapport de deux termes consécutifs n'est pas constant, donc v n'est pas géométrique.