1/ Soit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5$, et C_f sa courbe représentative ci-dessous dans un repère orthonormé.

a) Décrire par un système d'inéquations l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ du domaine hachuré.

Tout point $M(x\,;\,y)$ du domaine concerné vérifie $0 \le x \le 10$,

et la valeur de x étant fixée, son ordonnée vérifie $0 \le y \le f(x)$.

donc, $M(x\,;\,y) \in D \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le f(x) \end{cases}$.

b) Calculer l'aire de ce domaine en unités d'aire.

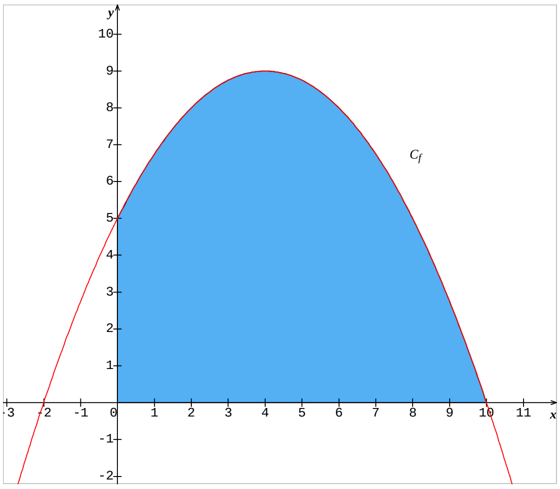
On calcule l'aire entre l'axe $x'x$ des abscisses et la courbe C_f .

- La fonction à intégrer est donc $f(x) - 0 = f(x)$ qui est bien positive sur l'intervalle d'intégration $[0\,;\,10]$.
- L'intervalle d'intégration doit être parcouru dans le sens positif, de 0 vers 10 .

Donc : $A = \int_0^{10} f(x)\,dx$.

Calcul d'une primitive de f : $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5 \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{4}\times\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x = -\frac{x^3}{12} + x^2 + 5x$.

$A = \int_0^{10} f(x)\,dx = [F(x)]_0^{10} = F(10) - F(0) = \left(-\frac{1000}{12} + 100 + 50\right) - 0 = \frac{200}{3}$ unités d'aire.



2/ Soit $g(x) = \frac{32}{x^2}$, et C_g sa courbe représentative ci-dessous dans un repère orthonormé.

a) Décrire par un système d'inéquations l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ du domaine hachuré.

Tout point $M(x\,;\,y)$ du domaine concerné vérifie $2 \le x \le 8$,

et la valeur de x étant fixée, son ordonnée vérifie $0 \le y \le g(x)$.

donc, $M(x\,;\,y) \in D' \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \le x \le 8 \\ 0 \le y \le g(x) \end{cases}$.

b) Calculer l'aire de ce domaine en unités d'aire.

On calcule l'aire entre l'axe $x'x$ des abscisses et la courbe C_g .

- La fonction à intégrer est donc $g(x) - 0 = g(x)$ qui est bien positive sur l'intervalle d'intégration $[2\,;\,8]$.
- L'intervalle d'intégration doit être parcouru dans le sens positif, de 2 vers 8 .

Donc : $A' = \int_2^8 g(x)\,dx$.

<u>Calcul d'une primitive de</u> g : $g(x) = \frac{32}{x^2} \Rightarrow G(x) = -\frac{32}{x}$.

$A' = \int_2^8 g(x)\,dx = [G(x)]_2^8 = G(8) - G(2) = \left[-\frac{32}{8} - \left(-\frac{32}{2}\right)\right] = -4 + 16 = 12$ unités d'aire.