Déterminer une primitive sur]0 ; +∞[des fonctions suivantes, définies sur]0 ; +∞[:

a) $\boldsymbol{f(x) = -\frac{1}{x}\ln x}$ **,**

On sait que $u = \ln x \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$. *Toujours faire apparaître* u *et* u' .

$f(x) = -\frac{1}{x}\ln x = -\frac{1}{x}.\ln x = -(u'.u^1)$. On sait que LES primitives de $u^n.\,u'$ sont $\frac{u^{n+1}}{n+1} + k$.

$f(x) = -\frac{1}{x}.\ln x = -(u'.u^1) \Rightarrow F(x) = -\frac{u^2}{2} + k = -\frac{1}{2}(\ln x)^2 + k$ (on ne demande qu'UNE primitive), par exemple :

$F(x) = -\frac{1}{2}(\ln x)^2$, sans constante.

Remarque : ATTENTION à ne pas confondre $(\ln x)^2$ avec $\ln(x^2)$.

Comme $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$, on a $\ln(a^n) = n.\ln(a)$,

tandis que : $(\ln a)^2 = (\ln a) \times (\ln a)$, ce qui est très different.

b) $\boldsymbol{f(x) = \frac{2}{x}(\ln x - 1)}$,

$u = \ln x - 1 \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$ (Attention à ne pas confondre $\ln x - 1 = (\ln x) - 1$ avec $\ln(x - 1)$.

$f(x) = \frac{2}{x}(\ln x - 1) = 2.\frac{1}{x}.(\ln x - 1) = 2(u'.u^1) \Rightarrow F(x) = 2.\frac{u^2}{2} + k = (\ln x - 1)^2 + k$,

$F(x) = (\ln x - 1)^2$, sans constante.

c) $\boldsymbol{f(x) = \frac{3(\ln x)^2}{x}}$ **,**

$u = \ln x \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$.

$f(x) = \frac{3(\ln x)^2}{x} = 3.\frac{1}{x}.(\ln x)^2 = 3(u'.u^2) \Rightarrow F(x) = 3.\frac{u^3}{3} + k = (\ln x)^3$ (sans k).

d) $\boldsymbol{f(x) = \frac{2\ln(x+1)}{(x+1)} - x^2}$ **.**

$U = \ln(x + 1)$ est de forme $U = \ln u$, donc $U' = (\ln u)' = \frac{u'}{u}$, soit : $U' = [\ln(x + 1)]' = \frac{1}{x+1}$.

$f(x) = \frac{2\ln(x+1)}{(x+1)} - x^2 = 2.\frac{1}{x+1}.\ln(x + 1) - x^2 = 2(u'.u^1) - x^2 \Rightarrow F(x) = 2\frac{u^2}{2} - \frac{x^3}{3} + k$.

$F(x) = (\ln(x + 1))^2 - \frac{1}{3}x^3$.