On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x + 3)e^{2x}$.

Déterminer a et b réels pour que g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (ax + b)e^{2x}$ soit primitive de f sur $\mathbb{R}$.

g primitive de f $\Leftrightarrow$ f dérivée de g .

imposons $g'(x) = f(x)$, pour tout x réel.

$g(x) = (ax + b)e^{2x}$, de forme uv avec $u(x) = ax + b \Rightarrow u'(x) = a$;$v(x) = e^{2x} = e^{u} \Rightarrow v'(x) = u'e^{u} = 2e^{2x}$.

$g'(x) = a.e^{2x} + (ax + b)(2e^{2x}) = [a + 2(ax + b)]e^{2x}$.

$g'(x) = [2ax + (a + 2b)]e^{2x}$.

On *identifie* cette écriture de $g'(x)$ avec celle de $f(x)$ (même coefficient pour chaque puissance du polynôme).

$\begin{cases} 2a = 2 \\ a + 2b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$, d'où : $g(x) = (x + 1)e^{2x}$.