Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

a) $\boldsymbol{f(x) = (x^2 - x + 2)^3}$

Tout polynôme ou produit de polynôme est dérivable sur son domaine de définition, soit ici $\mathbb{R}$.

On sait que $(u^n)' = n.u^{n-1}.\boldsymbol{u'}$ pour tout exposant n entier naturel non nul. Donc, $(u^3)' = 3.u^2.\ \boldsymbol{u'}$.

Par ailleurs : $(x^2 - x + 2)' = 2x - 1$.

D'où : $f(x) = (x^2 - x + 2)^3 \Rightarrow f'(x) = 3(x^2 - x + 2)^2\boldsymbol{(2x - 1)}$.

b) $\boldsymbol{g(x) = \dfrac{1}{x^2 - x + 2}}$

$x^2 - x + 2$ admet $\Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0$, donc n'admet pas de racine .

Tout polynôme, produit, rapport de polynôme est dérivable sur son domaine de définition, soit ici $\mathbb{R}$.

On sait que $(\dfrac{1}{u})' = -\dfrac{\boldsymbol{u'}}{u^2}$.

On peut retrouver cette formule, soit en utilisant $(\dfrac{u}{v})' = \dfrac{u'.v - v'.u}{v^2}$, soit à l'aide des <u>exposants fractionnaires</u> :

La formule $(u^n)' = n.u^{n-1}.\boldsymbol{u'}$ est utilisable pour n entier négatif, soit : $(\dfrac{1}{u})' = (u^{-1})' = (-1).u^{-1-1}.\ \boldsymbol{u'}$.

$(\dfrac{1}{u})' = (-1).u^{-2}.\ \boldsymbol{u'} = (-1).\dfrac{\boldsymbol{u'}}{u^2} = -\dfrac{\boldsymbol{u'}}{u^2}$.

D'où : $g'(x) = \left(\dfrac{1}{x^2 - x + 2}\right)' = -\dfrac{\boldsymbol{2x - 1}}{(x^2 - x + 2)^2}$.

c) $\boldsymbol{h(x) = \sqrt{x^2 - x + 2}}$

$x^2 - x + 2$ qui n'admet pas de racine est partout du signe de $a = +1$, soit partout strictement positif . On put donc calculer $\sqrt{x^2 - x + 2}$ pour tout x réel.

La racine carrée d'un polynôme est dérivable partout où le polynôme est <u>**strictement**</u> positif, soit ici sur $\mathbb{R}$.

On sait que $(\sqrt{u})' = \dfrac{\boldsymbol{u'}}{2\sqrt{u}}$.

On peut retrouver cette formule à l'aide des <u>exposants fractionnaires</u> :

La formule $(u^n)' = n.u^{n-1}.\boldsymbol{u'}$ est utilisable pour n fraction d'entiers, soit : $(\sqrt{u})' = (u^{1/2})' = \dfrac{1}{2}.u^{1/2-1}.\ \boldsymbol{u'}$,

$(\sqrt{u})' = \dfrac{1}{2}.u^{-1/2}.\ \boldsymbol{u'} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{u^{1/2}} \times \boldsymbol{u'} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{u}} \times \boldsymbol{u'} = \dfrac{\boldsymbol{u'}}{2\sqrt{u}}$.

D'où : $h'(x) = (\sqrt{x^2 - x + 2})' = \dfrac{\boldsymbol{2x - 1}}{2\sqrt{x^2 - x + 2}}$.