Résoudre sur $[0\ ;\ 2\pi[$: $4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$.

On rappelle que $\sin^n x$ est une autre écriture de $(\sin x)^n$, à ne pas confondre avec $\sin(x^n)$.

On pose $X = \sin x$.

L'équation devient $4X^2 + 4X - 3 = 0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 64 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4-8}{8} = -\dfrac{3}{2} \\ X_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4+8}{8} = +\dfrac{1}{2} \end{cases} .$$

D'où : $\begin{cases} X_1 = \sin x = -\dfrac{3}{2} \text{ (impossible car } -1 \le \sin x \le +1) \\ X_2 = \sin x = +\dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6} \end{cases}$.

On sait que : $\sin X = \sin A \Leftrightarrow \begin{cases} X = A + 2k\pi \\ X = (\pi - A) + 2k\pi \end{cases}$, pour tout $k \in \mathbb{Z}$.

Deux angles ont même sinus si et seulement si ils sont égaux ou supplémentaires (somme = π) ,

au nombre de tours près.

La 2ème équation proposée s'écrit : $\sin x = \sin\dfrac{\pi}{6}$.

D'où $\begin{cases} x = +\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \pi - \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = +\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = +\dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$, pour tout $k \in \mathbb{Z}$.

$2k\pi$ signifie « une solution par tour », donc $S = \{+\dfrac{\pi}{6}\ ;\ +\dfrac{5\pi}{6}\}$.