Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2x + 5)(x^2 - 1)$.

1/ Déterminer la dérivée h' de h ,

a) Sans développer l'expression de h .

$h = u.v \Rightarrow h' = u'.v + u.v'$,

$h'(x) = 2(x^2 - 1) + (2x + 5)(2x) = 6x^2 + 10x - 2$.

b) Après avoir développé et réduit l'expression de h .

$h(x) = (2x + 5)(x^2 - 1) = 2x^3 + 5x^2 - 2x - 5$.

$h'(x) = 2(3x^2) + 5(2x) - 2 = 6x^2 + 10x - 2$.

2/ Etudier

a) Le signe de h .

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 5)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{2} \\ x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = +1 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = +1 \end{cases} .$$

x	$-\infty$		$-5/2$		-1		$+1$		$+\infty$
$2x + 5$		$-$	0	+	|	+	|	+	
$x^2 - 1$		+	|	+	0	$-$	0	+	
$h(x)$		$-$	0	+	0	$-$	0	+	

b) Le signe de h' .

$h'(x) = 6x^2 + 10x - 2 = 2(3x^2 + 5x - 1)$.

Le trinôme $3x^2 + 5x - 1 = 0$ admet pour discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = +37$.

$$\text{Ses racines sont } \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 - \sqrt{37}}{6} \approx -1{,}85 \\ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 + \sqrt{37}}{6} \approx +0{,}18 \end{cases} .$$

Tableau de variation :

x	$-\infty$		$-1{,}85$		$+0{,}18$		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	$-$	0	+	
$h(x)$		↗		↘		↗	