Solution – Dérivées – Equation de Tangente – s4742

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x(x-1)$.

a) Calculer $f'(0)$ et $f'(2)$ par la formule théorique de la dérivée en un point.

$f(x) = x(x-1) = x^2 - x$.

$f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$, d'où :

$f'(0) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h)-f(0)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(h^2-h)-0}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{h^2-h}{h} = \lim\limits_{h \to 0} (h-1)$,

$f'(0) = -1$.

$f'(2) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{[(2+h)^2-(2+h)]-2}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{3h+h^2}{h} = \lim\limits_{h \to 0} (3+h)$,

$f'(2) = +3$.

b) Vérifier à l'aide de la dérivée de cette fonction.

$f(x) = x^2 - x \Rightarrow f'(x) = 2x - 1$.

$f'(0) = 2\times 0 - 1 = -1$ et $f'(2)\ 2\times 2 - 1 = -3$.

c) Déterminer les équations des tangentes à C_f aux points d'abscise 0 et 2 .

On sait que la tangente T_a à C_f en son point d'abscisse $x = a$ est :

T_a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

T_0 : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ avec $f'(0) = -1$ et $f(0) = 0$.

T_0 : $y = -x$.

T_2 : $y = f'(2)(x-2) + f(2)$ avec $f'(2) = -3$ et $f(2) = +2$.

T_2 : $y = -3(x-2) + 2$, soit T_2 : $y = -3x + 8$.