

On se place dans un plan muni d'un repère.

Soient les points $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$, $B\left(\frac{19}{2}, 1\right)$, $C(9; -3)$ et $D(6; 6)$.

On note K le milieu de $[CD]$.

1/ Calculer le couple de coordonnées de K .

Les coordonnées du milieu d'un segment sont égales aux demi-sommes des coordonnées des extrémités de ce segment.

$$\begin{cases} x_K = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{9 + 6}{2} = +\frac{15}{2} \\ y_K = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{-3 + 6}{2} = +\frac{3}{2} \end{cases}, \text{ soit } K\left(\frac{15}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

2/ Etablir que le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à $-\frac{1}{4}$.

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - \frac{7}{2}}{\frac{19}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{20}{2}} = -\frac{5}{20} = -\frac{1}{4}.$$

$a = -\frac{1}{4}$ signifie que la droite monte (descend) de $\Delta_y = -1$ lorsque l'on avance de $\Delta_x = +4$.

3/ Ecrire l'équation réduite de (AB) .

$$y = ax + b \text{ avec } a = -\frac{1}{4}, \text{ donc } y = -\frac{x}{4} + b.$$

$$B\left(\frac{19}{2}, 1\right) \text{ appartient à } (AB) \Leftrightarrow y_B = -\frac{x_B}{4} + b \Leftrightarrow 1 = -\frac{19}{8} + b \Leftrightarrow b = +\frac{27}{8}.$$

$$\text{L'équation réduite de } (AB) \text{ est : } y = -\frac{1}{4}x + \frac{27}{8}.$$

4/ Démontrer que les points A , B et K sont alignés.

Il suffit de vérifier que $K\left(\frac{15}{2}, \frac{3}{2}\right)$ vérifie l'équation réduite de (AB) :

$$y_K = -\frac{1}{4}x_K + \frac{27}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = -\frac{1}{4} \times \frac{15}{2} + \frac{27}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = -\frac{15}{8} + \frac{27}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{12}{8} \text{ (vérifié).}$$