

Soit la famille de droites $D_m : mx + (m - 1)y = m + 2$, où m est un réel quelconque.

1/ Déterminer m pour que D_m soit une droite horizontale.

$$D_m \text{ est de vecteur directeur } \overrightarrow{u_m} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m + 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

Pour que D_m soit horizontale, son vecteur directeur doit être de forme $\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$,

ce qui impose $m = 0$.

$D_0 : -y = 2$ ($y = -2$) est la seule droite horizontale de la famille (D_m).

2/ Déterminer m pour que D_m soit une droite verticale.

$$D_m \text{ est de vecteur directeur } \overrightarrow{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m + 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

Pour que D_m soit verticale, son vecteur directeur doit être de forme $\begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$,

ce qui impose $-m + 1 = 0$, soit $m = +1$.

$D_1 : x = 3$ est la seule droite verticale de la famille (D_m).

3/ Déterminer m pour que D_m soit une droite passant par l'origine du repère.

Le point $O(0 ; 0)$ doit satisfaire l'équation de D_m , soit :

$$m \cdot 0 + (m - 1) \cdot 0 = m + 2 \Leftrightarrow m + 2 = 0, \text{ soit } m = -2.$$

$D_{-2} : -2x - 3y = 0$ est la seule droite de la famille (D_m) qui passe par l'origine O du repère.

Il est mieux d'écrire : $D_{-2} : 2x + 3y = 0$, où sous son équation réduite $D_{-2} : y = -\frac{2}{3}x$.

4/ Déterminer m pour que D_m soit une droite parallèle à $D : y = \frac{x}{2} + 1$.

La droite D a pour coefficient directeur $a = +\frac{1}{2}$, donc monte de $\frac{1}{2}$ lorsque x avance de 1.

Son vecteur directeur est $\overrightarrow{u} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ou $\overrightarrow{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$D_m \text{ est de vecteur directeur } \overrightarrow{u_m} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m + 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

Les vecteurs $\overrightarrow{u_m}$ et \overrightarrow{v} doivent être colinéaires, soit $\frac{-m + 1}{2} = \frac{m}{1}$.

$$-m + 1 = 2m \Leftrightarrow 3m = +1 \Leftrightarrow m = +\frac{1}{3}.$$

$D_{1/3} : \frac{x}{3} - \frac{2y}{3} = +\frac{7}{3}$ est la seule droite de la famille (D_m) qui soit parallèle à D .

Il est mieux d'écrire : $D_{1/3} : x - 2y - 7 = 0$, où sous son équation réduite $D_{1/3} : y = \frac{x}{2} - \frac{7}{2}$.