

On donne les équations de droites affines suivantes :

a) $y = \frac{5}{7}x + \frac{3}{2}$

b) $y = \frac{40}{56}x + \frac{15}{10}$

c) $5x - 7y + 3 = 0$

d) $-20x + 28y = 42$

e) $-4y = 10x - 6$.

Lesquelles correspondent à la même droite ?

Ramenons toutes ces droites à la forme $ax + by + c = 0$:

a) $y = \frac{5}{7}x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow 14y = 10x + 21 \Leftrightarrow 10x - 14y + 21 = 0$.

b) $y = \frac{40}{56}x + \frac{15}{10} \Leftrightarrow y = \frac{5}{7}x + \frac{3}{2}$, identique à la précédente.

c) $5x - 7y + 3 = 0$ n'admet pas de simplification.

d) $-20x + 28y = 42 \Leftrightarrow -10x + 14y = 21 \Leftrightarrow 10x - 14y + 21 = 0$.

e) $-4y = 10x - 6 \Leftrightarrow -2y = 5x - 3 \Leftrightarrow 5x + 2y - 3 = 0$.

Deux droites affines $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ sont confondues si $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$, et à fortiori si on les ramène à une même équation.

a) b) d) sont une seule et même droite $D : 10x - 14y + 21 = 0$, seules c) et e) sont différentes, et différentes entre elles.

On peut cependant remarquer que c) est strictement parallèle à a) b) d) : $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.