

1/ Une suite géométrique u est définie par son premier terme $u_0 = 1$ et sa raison $q = 2$.

a) Calculer u_4 et u_{11} .

On sait que si u est géométrique : $u_n = u_p q^{n-p}$, pour tout n et p entiers naturels.

$$u_4 = u_0 q^4 = 1 \times 2^4 = 16.$$

$$u_{11} = u_0 q^{11} = 1 \times 2^{11} = 2048.$$

b) Calculer la somme des cinq premiers termes de la suite u .

Si u est géométrique, on sait que la somme de termes consécutifs de la suite est :

$$S = (\text{1er terme}) \times \frac{1 - q^{(\text{nbre termes})}}{1 - q}.$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = u_0 \frac{1 - q^5}{1 - q} = 1 \times \frac{1 - 2^5}{1 - 2} = 2^5 - 1 = 32 - 1 = 31.$$

2/ Une suite géométrique v est définie par son premier terme $v_0 = 128$ et sa raison $q = \frac{1}{2}$.

a) Calculer v_4 et v_{11} .

$$v_4 = v_0 q^4 = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 128 \times \frac{1}{16} = 8.$$

$$v_{11} = v_0 q^{11} = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 128 \times \frac{1}{2048} = \frac{1}{16}.$$

b) Calculer la somme des cinq premiers termes de la suite v .

$$S = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = v_0 \frac{1 - q^5}{1 - q} = 128 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5}{1 - \frac{1}{2}} = 128 \times \frac{1 - \frac{1}{32}}{1 - \frac{1}{2}} = 128 \times \frac{\frac{31}{32}}{\frac{1}{2}} = 128 \times \frac{31}{32} \times 2 = 256 \times \frac{31}{16} = 8 \times 31 = 248.$$

$$\text{D'où : } S = \frac{256 \times 31}{16} = 8 \times 31 = 248.$$

3/ Une suite géométrique w est définie par son premier terme $w_0 = \frac{1}{27}$ et sa raison $q = 3$.

a) Calculer w_4 et w_9 .

$$w_4 = w_0 q^4 = \frac{1}{27} \times 3^4 = \frac{3^4}{3^3} = 3.$$

$$w_9 = w_0 q^9 \text{ ou (plus sympathique) } w_9 = w_4 q^5 = 3 \times 3^5 = 3^6 = 729.$$

b) Calculer la somme des cinq premiers termes de la suite w .

$$S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = w_0 \frac{1 - q^5}{1 - q} = \frac{1}{27} \times \frac{1 - 3^5}{1 - 3} = \frac{1}{27} \times \frac{1 - 243}{1 - 3} = \frac{1}{27} \times \frac{242}{2} = \frac{121}{27}.$$