Etudier le sens de variation des suites numériques suivantes :

a) $u_n = -\left(\frac{5}{4}\right)^n$

Bien que la suite (u_n) soit exprimée sous forme *fonctionnelle* , on ne peut procéder *par dérivée*, car ces fonctions (*exponentielles*) ne sont pas du programme d'une classe de Première.

$u_{n+1} - u_n = -\left(\frac{5}{4}\right)^{n+1} + \left(\frac{5}{4}\right)^n = \left(\frac{5}{4}\right)^n\left(-\frac{5}{4} + 1\right) = -\frac{1}{4}\left(\frac{5}{4}\right)^n < 0$, pour tout entier naturel n .

On déduit : $u_{n+1} < u_n$, pour tout n entier naturel, soit (u_n) *strictement décroissante* sur $\mathbb{N}$.

b) $u_n = \frac{5^{n+1}}{4^n} + 3$

Bien que la suite (u_n) soit également exprimée sous forme *fonctionnelle* , on ne peut procéder *par dérivée*, car ces fonctions (*exponentielles*) ne sont pas du programme d'une classe de Première.

$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{5^{n+2}}{4^{n+1}} + 3\right) - \left(\frac{5^{n+1}}{4^n} + 3\right) = \frac{5^{n+2}}{4^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{4^n} = \frac{5^{n+1}}{4^n}\left(\frac{5}{4} - 1\right) = -\frac{1}{4} \times \frac{5^{n+1}}{4^n} = -\frac{5^{n+1}}{4^{n+1}} = -\left(\frac{5}{4}\right)^{n+1}$.

D'où : $u_{n+1} - u_n < 0$, pour tout entier naturel n .

On déduit : $u_{n+1} < u_n$, pour tout n entier naturel, soit (u_n) *strictement décroissante* sur $\mathbb{N}$.