Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1/ Soit la suite (u_n) telle que $u_n = 3n - 8$.

Montrer que la suite (u_n) est arithmétique et préciser sa raison.

$u_{n+1} - u_n = [3(n+1) - 8] - [3n - 8] = 3n + 3 - 8 - 3n + 8 = 3 = r$.

La différence entre deux termes consécutifs de valeur constante, donc la suite (u_n) est arithmétique, de raison $r = 3$.

2/ Soit la suite arithmétique (u_n) telle que $u_0 = -\frac{3}{2}$ et $r = -6$.

Exprimer u_n en fonction de n .

Dans une suite arithmétique : $u_n = u_p + (n - p)r$.

D'où : $u_n = u_0 + nr = -\frac{3}{2} - 6n$, d'où : $u_n = -6n - \frac{3}{2}$.

3/ Soit la suite arithmétique (u_n) telle que $u_{26} = 3$ et $u_{42} = -13$.

Calculer sa raison r puis u_0 .

Dans une suite arithmétique : $u_n = u_p + (n - p)r$.

D'où : $u_{42} = u_{26} + 16r \Leftrightarrow r = \frac{u_{42} - u_{26}}{16} = \frac{-13 - 3}{16} = -1$.

On déduit : $u_0 = u_{26} - 26r = 3 - 26(-1) = 3 + 26 = 29$.

La suite arithmétique (u_n) est de premier terme $u_0 = 29$, de raison $r = -1$.

4/ Soit la suite arithmétique (u_n) telle que $u_1 = 5$, $r = 3$ et $u_0 + u_1 + \ldots.. + u_n = 57$.

Calculer u_0 et n .

On sait que la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique est :

$S = u_1 + u_2 + \ldots. + u_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{nbre\ termes}{2}$ (*somme des deux extrêmes*) .

En adaptant les indices :

$S = u_0 + u_1 + \ldots. + u_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = 57$.

Par ailleurs : $u_0 = u_1 - r = 5 - 3 = 2$ et $u_n = u_1 + (n-1)r = 5 + 3(n-1) = 3n + 2$.

En reportant, on obtient :

$\frac{n+1}{2}[2 + (3n+2)] = 57 \Leftrightarrow (n+1)(3n+4) = 114 \Leftrightarrow 3n^2 + 7n - 110 = 0$.

Les racines sont $n_1 = -\frac{22}{3}$ et $n_2 = 5$.

On déduit : $u_0 = 2$ et $n = 5$.

Vérification : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 = 57$.