

Trois personnes pénètrent dans l'ascenseur au rez-de-chaussée d'un immeuble de 6 étages.

Pour chaque personne, il y a équiprobabilité de sortie à l'un quelconque des étages.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

a) Tout le monde sort au quatrième étage.

La probabilité de sortie d'une personne à un étage donné est $\frac{1}{6}$ et les comportements des occupants de l'ascenseur sont *indépendants*, d'où l'utilisation de $p(A ; B) = p(A) \times p(B)$.

Soit l'évènement A : " Tout le monde sort au quatrième étage " .

Notons $\begin{cases} a_i \text{ l'évènement : "La } 1^{\text{ère}} \text{ personne sort à l'étage } i \text{ (} 1 \leq i \leq 6 \text{)} \\ b_i \text{ l'évènement : "La } 2^{\text{ème}} \text{ personne sort à l'étage } i \text{ (} 1 \leq i \leq 6 \text{)} \\ c_i \text{ l'évènement : "La } 3^{\text{ème}} \text{ personne sort à l'étage } i \text{ (} 1 \leq i \leq 6 \text{)} \end{cases}$, avec $p(a_i) = p(b_i) = p(c_i) = \frac{1}{6}$.

$$p(A) = p(a_4 ; b_4 ; c_4) = p(a_4) \times p(b_4) \times p(c_4) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}.$$

b) Tout le monde sort au même étage.

Soit B l'évènement " Tout le monde sort au même étage ".

1^{ère} méthode :

On peut renouveler l'évènement A pour chacun des étages, soit 6 évènements *incompatibles* :

$$p(B) = 6 p(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}.$$

2^{ème} méthode :

Peu importe l'étage de sortie du 1^{er} occupant. Par contre les deux autres occupants doivent sortir au même étage que le

premier : $p(B) = 1 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}.$

c) Toutes les personnes quittent l'ascenseur à des étages différents.

Soit C l'évènement " Toutes les personnes quittent l'ascenseur à des étages différents ".

Peu importe l'étage de sortie du 1er occupant. Le second doit sortir à un étage différent et le troisième à un étage différent des deux premiers.

$$p(C) = 1 \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}.$$