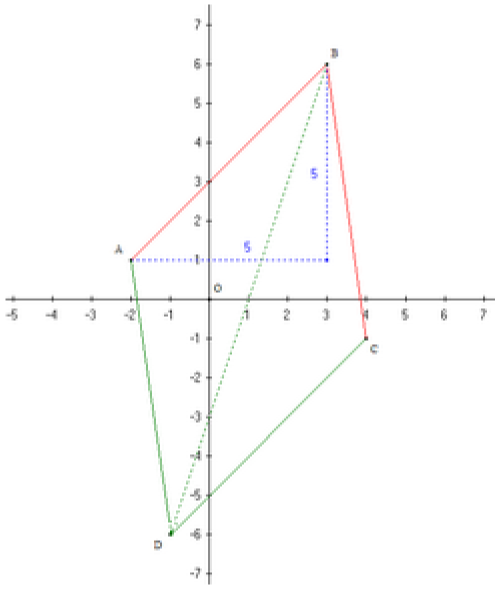
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ I, J)$. L'unité est le centimètre.

1/ Placer les points $A(-2\ ;\ 1)$, $B(3\ ;\ 6)$ et $C(4\ ;\ -1)$.



2/ Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A) = (3 - (-2)\ ;\ 6 - 1) = (5\ ;\ 5)$. *Pour aller de A à B, on avance de 5 et on monte de 5.*

3/ Montrer que l'on a : $AB = 5\sqrt{2}$.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ cm.

4/ Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet B.

Il suffit de prouver que $BC = BA$.

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4 - 3)^2 + (-1 - 6)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ cm.

On constate bien que $BC = BA$.

5-a) Construire le point D tel que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

Pour aller de B à D, on va d'abord en A par le vecteur $\overrightarrow{BA}$, puis de A en D par le vecteur $\overrightarrow{AD}$ qui doit être égal au vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Voir la figure précédente.

b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier la réponse.

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Le quadrilatère $ABCD$ est un *parallélogramme* car les deux côtés opposés $[AD]$ et $[BC]$ forment deux vecteurs égaux : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Par ailleurs, d'après 4/ , on sait que $BC = BA$.

Le *parallélogramme* $ABCD$ possède donc deux côtés consécutifs *égaux*, ce qui en fait un *losange*.