Soit les droites D : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$, $\forall t \in \mathbb{R}$ et D' : $\begin{cases} x = 3 - 2t' \\ y = 7 - 4t' \\ z = 2 - t' \end{cases}$, $\forall t' \in \mathbb{R}$.

Préciser, en justifiant, si les droites sont parallèles, sécantes ou non coplanaires.

On sait qu'une droite d'équation *paramétrique* D : $\begin{cases} x = a + t.u \\ y = b + t.v \\ z = c + t.w \end{cases}$ qui traduit $(x - a \,;\, y - b \,;\, z - c) = t.(u , w , w)$ ou encore $\overrightarrow{AM} = t.\overrightarrow{U}$ est une équation de la droite passant par A , de direction $\overrightarrow{U}$.

La droite (D) a donc pour direction $\overrightarrow{U}(0 , 2 , 1)$ et (D') pour direction $\overrightarrow{V}(2 , 4 , 1)$, ce qui prouve qu'elles ne sont pas parallèles.

Si elles devaient être sécantes, ce serait en un même point B dont les coordonnées s'écriraient simultanément

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ et $\begin{cases} x = 3 - 2t' \\ y = 7 - 4t' \\ z = 2 - t' \end{cases}$, d'où l'égalité : $\begin{cases} 3 - 2t' = 1 \\ 7 - 4t' = 1 + 2t \\ 2 - t' = 1 + t \end{cases}$.

De la 1ère ligne, on tire : $t' = 1$, qui reporté dans les deux autres lignes donne : $\begin{cases} 1 + 2t = 3 \iff t = 1 \\ 1 + t = 1 \iff t = 0 \end{cases}$.

Ces résultats sont incompatibles, ce qui prouve que les droites ne sont pas concourantes.

Non parallèles et non concourantes, elle sont donc non coplanaires.