

La suite (u_n) est arithmétique, telle que $u_0 = 1000$ et $u_7 = 860$.

1/ Déterminer le rang p tel que $u_p = 0$.

$$u \text{ arithmétique} \Rightarrow u_n = u_0 + nr, \text{ soit } u_7 = u_0 + 7r.$$

$$\text{On déduit : } r = \frac{u_7 - u_0}{7} = \frac{860 - 1000}{7} = -\frac{140}{7} \Rightarrow r = -20.$$

$$\text{D'où : } u_p = u_0 + pr \Leftrightarrow p = \frac{u_p - u_0}{r} = \frac{0 - 1000}{-20} = 50.$$

On déduit : $u_{50} = 0$, qui est le 51^{ème} terme de la suite u .

2/ Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \dots + u_p$.

$$\text{Si } (u_n) \text{ est arithmétique, on sait que : } u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n).$$

$$\text{On déduit : } S = u_0 + u_1 + \dots + u_p = \frac{p+1}{2}(u_0 + u_p).$$

$$\text{Comme } p = 50, u_0 = 1000 \text{ et } u_p = 0, \text{ on déduit : } S = \frac{51}{2} \times (1000 + 0) = 51 \times 500 = 25.500.$$