ABC est un rectangle tel que $AB = 3\sqrt{6} - 1$, $BC = \sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ et $AC = 2\sqrt{21}$.

1/ Calculer les mesures exactes de AB^2 , BC^2 et AC^2 (AB^2 et BC^2 sous la forme $p + q\sqrt{6}$ où p et q sont des entiers relatifs, et AC^2 sous la forme d'un entier).

$AB^2 = (3\sqrt{6} - 1)^2 = (3\sqrt{6})^2 - 2\times(3\sqrt{6})\times1 + 1^2 = 3^2(\sqrt{6})^2 - 6\sqrt{6} + 1 = 9\times6 - 6\sqrt{6} + 1 = 54 - 6\sqrt{6} + 1$

$AB^2 = 55 - 6\sqrt{6}$

$BC^2 = (\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(3\sqrt{3}) + (3\sqrt{3})^2 = 2 + 6\sqrt{6} + 3^2(\sqrt{3})^2 = 2 + 6\sqrt{6} + 9\times3 = 2 + 6\sqrt{6} + 27$

$BC^2 = 29 + 6\sqrt{6}$

$AC^2 = (2\sqrt{21})^2 = 2^2(\sqrt{21})^2 = 4\times21 = 84$.

2/ En déduire que le triangle ABC est rectangle.

$AB^2 + BC^2 = (55 - 6\sqrt{6}) + (29 + 6\sqrt{6}) = 84 = AC^2$.

La relation de Pythagore est vérifiée : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Le triangle ABC est rectangle de sommet B .