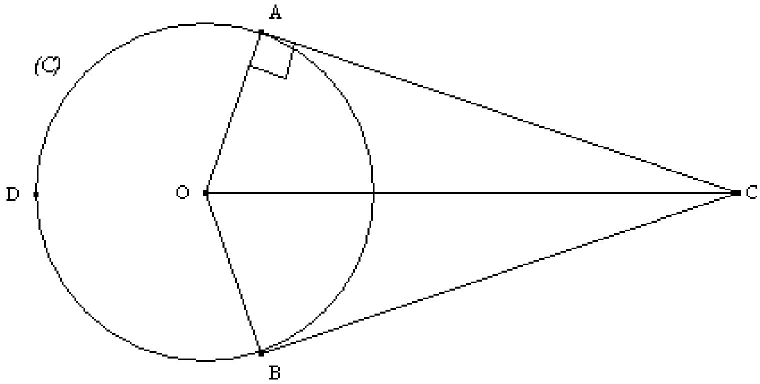
Les tangentes en A et B au cercle (C) , de centre O , se coupent en C .



1/ On suppose que $AO = 30$ cm et $\widehat{AOB} = 144°$.

a) Calculer OC et AC (arrondir à 0,1 cm)

Toute *tangente* à un cercle est perpendiculaire au *rayon* qui aboutit au point de tangence.

Le triangle OAC est donc rectangle en A , comme le triangle OBC est lui-même rectangle en B .

Il faut choisir une *ligne trigonométrique* (sinus, cosinus, tangente) de l'angle $\widehat{AOC} = \dfrac{144°}{2} = 72°$, qui fasse intervenir OC , et dont tous les autres éléments sont de valeur connue.

Dans le triangle rectangle OAC : $\cos \widehat{AOC} = \dfrac{OA}{OC} \Leftrightarrow \cos(72°) = \dfrac{30}{OC} \Leftrightarrow OC = \dfrac{30}{\cos(72°)} = 97{,}1$ cm.

Connaissant OA et OC , on pourrait calculer AC par le théorème de Pythagore $OC^2 = OA^2 + AC^2$.

Trigonométriquement, on peut aussi dire :

$\tan \widehat{AOC} = \dfrac{AC}{OA} \Leftrightarrow \tan(72°) = \dfrac{AC}{30} \Leftrightarrow AC = 30 \times \tan(72°) = 92{,}3$ cm.

b) Calculer la longueur de la ligne (L) , circonférence du dessin, qui part par de C , passe par A , suit le cercle, en passant par D et B , puis revient de B en C .

La circonférence d'un cercle de rayon R mesure : $l = 2\pi R$, pour 360° de tour.

L'arc de cercle passant par D correspond à un angle de 360 – 144 = 216°.

Une *règle de trois* donne une longueur $l' = \dfrac{2\pi R \times 216}{360} = \dfrac{2 \times 3{,}14 \times 30 \times 216}{360} = 113{,}1$ cm.

La longueur de (L) est donc : $L = CA + l' + BC = l' + 2CA = 113{,}1 + 2 \times 92{,}3 = 113{,}1 + 184{,}6 = 297{,}7$ cm.

2/ On suppose que $OA = r$ et $OC = 3r$.

a) Calculer l'arrondi au dixième de degré de l'angle $\widehat{AOB}$.

$\cos \widehat{AOC} = \dfrac{OA}{OC} \Leftrightarrow \cos \widehat{AOC} = \dfrac{r}{3r} \Leftrightarrow \cos \widehat{AOC} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \widehat{AOC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right) = 70{,}5°$.

$= 2\,\widehat{AOC} = 141°$.

b) Exprimer en fonction de r la longueur de la ligne (L) .

Calculons d'abord la longueur l' comme précédemment :

L'angle extérieur $\widehat{AOB}$ passant par D est $360° - 141° = 219°$.

$l' = \dfrac{2\pi r \times 219}{360} = \dfrac{2 \times 3{,}14 \times r \times 219}{360} = 3{,}82\ r$.

Il faut maintenant calculer $AC = BC$ en fonction de r :

On pourrait utiliser $\tan \widehat{AOB} = \dfrac{AC}{OA}$, mais le risque *d'erreurs d'arrondi* est plus important qu'en utilisant le théorème de Pythagore : OAC rectangle en A $\Leftrightarrow$ $OC^2 = OA^2 + AC^2$ $\Leftrightarrow$ $AC^2 = OC^2 - OA^2 = (3r)^2 - r^2$.

$AC^2 = 9r^2 - r^2 = 8r^2$ $\Leftrightarrow$ $AC = \sqrt{8r^2} = \sqrt{4r^2 \times 2}$ $\Leftrightarrow$ $AC = 2r\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow$ $AC = 2{,}83\ r$.

On conclue : $\mathrm{L} = CA + l' + BC = l' + 2CA = 3{,}82\ r + 5{,}66\ r = 9{,}48\ r$.