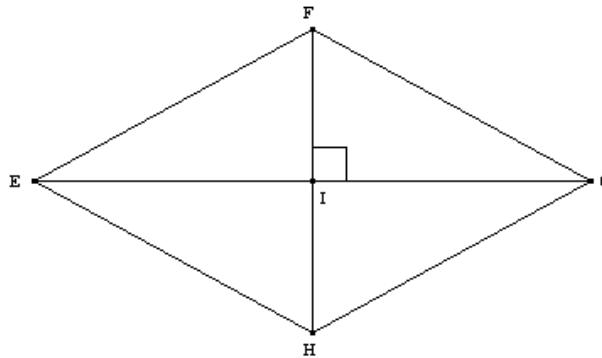


***EFGH* étant un losange, on appelle *I* le point de concours de ses diagonales.**

**1/ Quelle est la nature du triangle *EFI* ?**



Les diagonales d'un losange se coupent en un même milieu *I*, et sont *perpendiculaires* entre elles.

Le triangle *EFI* est donc rectangle, de sommet *I*.

**2/ On suppose que *EG* = 9 cm et que *FH* = 5 cm .**

**Calculer *FI* et *EI*, puis la valeur en degrés des angles  $\widehat{EFI}$  et  $\widehat{FEI}$ . En déduire la valeur des angles du losange (arrondir au degré).**

$$FI = \frac{FH}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad EI = \frac{EG}{2} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm}.$$

Calcul de  $\widehat{EFI}$  :

Il faut choisir une *ligne trigonométrique* (sinus, cosinus, tangente) de l'angle  $\widehat{F} = \widehat{EFI}$ , dont tous les autres éléments sont de valeur connue.

Dans le triangle rectangle *EFI* :  $\tan \widehat{F} = \frac{EI}{FI}$ , avec *IE* = 4,5 cm et *FI* = 2,5 cm.

$$\tan \widehat{F} = \frac{4,5}{2,5} = \frac{45}{25} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \widehat{F} = \tan^{-1}\left(\frac{9}{5}\right) = 61^\circ.$$

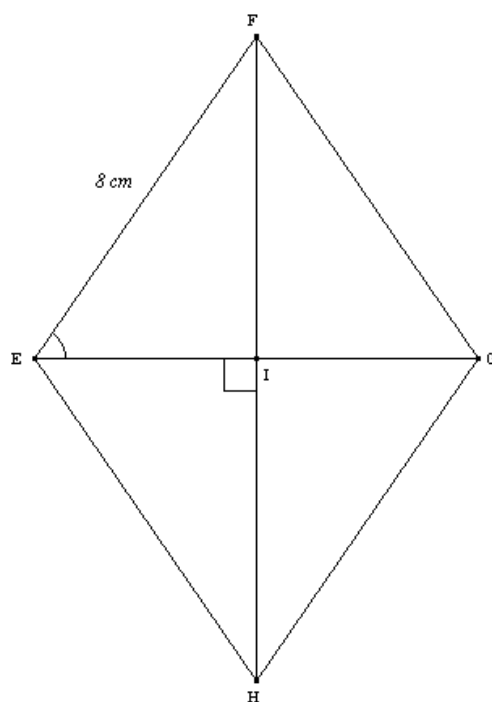
Calcul de  $\widehat{FEI}$  : Dans le triangle rectangle *EIF* :  $\widehat{FEI} + \widehat{EFI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{FEI} = 90^\circ - \widehat{EFI} = 90^\circ - 61^\circ = 29^\circ$ .

Les *diagonales* sont *bissectrices* des angles du losange.

D'où :  $\widehat{FEH} = \widehat{FGH} = 2 \times \widehat{FEI} = 58^\circ$  et  $\widehat{EFG} = \widehat{EHG} = 2 \times \widehat{EFI} = 122^\circ$ .

3/ On suppose maintenant que  $EF = 8 \text{ cm}$  et que  $\widehat{FEI} = 54^\circ$ .

Calculer  $EI$  et  $IF$ , puis en déduire les longueurs des diagonales du losange (arrondir à 0,1 cm).



Calcul de  $EI$ :

Il faut choisir une *ligne trigonométrique* (sinus, cosinus, tangente) de l'angle  $\widehat{E} = \widehat{FEI} = 54^\circ$ , qui fasse intervenir  $EI$ , et dont tous les autres éléments sont de valeur connue.

Dans le triangle rectangle  $FEI$ :  $\cos \widehat{E} = \frac{EI}{EF} \Leftrightarrow \cos(54^\circ) = \frac{EI}{8} \Leftrightarrow EI = 8 \times \cos(54^\circ) = 4,7 \text{ cm}$ .

Calcul de  $FI$ :

Dans le triangle rectangle  $FEI$ :  $\sin \widehat{E} = \frac{FI}{EF} \Leftrightarrow \sin(54^\circ) = \frac{FI}{8} \Leftrightarrow FI = 8 \times \sin(54^\circ) = 6,5 \text{ cm}$ .

Comme  $I$  est le milieu des diagonales, on déduit :  $EG = 2EI = 9,4 \text{ cm}$  et  $FH = 2FI = 13 \text{ cm}$ .