

Résoudre dans \mathbb{R} $\begin{cases} a - b = 7 \\ ab = -12 \end{cases}$.

1^{ère} Méthode : Par substitution de variable

$$\begin{cases} a - b = 7 \\ ab = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 7 \\ ab = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 7 \\ b(b + 7) = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 7 \\ b^2 + 7b + 12 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{On résout la seconde équation : } \Delta = b^2 - 4ac = 49 - 48 = 1 \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + 1}{2} = -3 \\ b_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 1}{2} = -4 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} b_1 = -3 \Rightarrow a_1 = b_1 + 7 = +4 \\ b_2 = -4 \Rightarrow a_2 = b_2 + 7 = +3 \end{cases}. \text{ Il y a deux couples solutions } (a ; b) = (+4 ; -3) \text{ et } (a ; b) = (+3 ; -4).$$

2^{ème} Méthode : Par S et P

$$\begin{cases} a - b = 7 \\ ab = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + (-b) = 7 = S \\ a(-b) = 12 = P \end{cases}.$$

Les nombres a et $-b$ ayant pour somme S et produit P sont les racines de $X^2 - SX + P = 0$.

$$X^2 - 7X + 12 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 49 - 48 = 1 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 1}{2} = +4 \\ X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - 1}{2} = +3 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} a = +4 \text{ et } -b = +3 \Rightarrow a = +4 \text{ et } b = -3 \\ a = +3 \text{ et } -b = +4 \Rightarrow a = +3 \text{ et } b = -4 \end{cases}. \text{ Il y a deux couples solutions } (a ; b) = (+4 ; -3) \text{ et } (a ; b) = (+3 ; -4).$$