

Résoudre dans \mathbb{R} : $\begin{cases} x + y = 120 \\ \frac{x}{y} = \frac{4}{11} \end{cases}$.

1^{ère} méthode :

Utilisons une propriété des proportions, qui est que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ka + k'c}{kb + k'd}$, pour tout k, k' réels.

Par ailleurs : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ \frac{x}{y} = \frac{4}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 120 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{11} = \frac{x+y}{4+11} = \frac{120}{15} = 8 \end{cases} .$$

$$\frac{x}{4} = 8 \Leftrightarrow x = 32 \quad \text{et} \quad \frac{y}{11} = 8 \Leftrightarrow y = 88 .$$

Le couple solution est : $(x ; y) = (32 ; 88)$.

2^{ème} méthode :

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ \frac{x}{y} = \frac{4}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 120 \\ 11x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 480 \\ 11x - 4y = 0 \end{cases} .$$

Par addition, on obtient : $15x = 480 \Leftrightarrow x = \frac{480}{15} = 32$.

$$x + y = 120 \Rightarrow y = 88 .$$

Le couple solution est : $(x ; y) = (32 ; 88)$.

3^{ème} méthode :

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ \frac{x}{y} = \frac{4}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 120 - x \\ 4y = 11x \end{cases} , \text{ d'où : } 11x = 4(120 - x) \Leftrightarrow 11x = 480 - 4x ,$$

$$15x = 480 \Leftrightarrow x = \frac{480}{15} = 32 .$$

$$x + y = 120 \Rightarrow y = 88 .$$

Le couple solution est : $(x ; y) = (32 ; 88)$.