$(ABCD)$ est un quadrilatère quelconque dont les diagonales se coupent en O .

Les point I , J , K , L sont définis par les égalités :

$\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ $\quad$ $\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ $\quad$ $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA}$.

En utilisant la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{OJ} - \overrightarrow{OI} = (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) - (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{LK} = \overrightarrow{LO} + \overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OK} - \overrightarrow{OL} = (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) - (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$.

On déduit bien $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

Que peut-on en déduire ?

Deux vecteurs opposés étant égaux, le quadrilatère $(IJKL)$ est un parallélogramme.