

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{3x}{x+1}$.

Soient A et B les points de (C) d'abscisses respectives 1 et $\frac{7}{2}$.

Déterminer les points de (C) en lesquels la tangente est parallèle à la droite (AB).

$$A(1 ; y_A) \in (C) \Rightarrow y_A = f(1) = \frac{3}{2}, \text{ soit } A(1 ; \frac{3}{2}).$$

$$B(\frac{7}{2} ; y_B) \in (C) \Rightarrow y_B = f(\frac{7}{2}) = \frac{\frac{21}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{21}{7} = 3, \text{ soit } B(\frac{7}{2} ; 3).$$

$$\text{Le coefficient de la droite (AB) est } a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(\frac{7}{2}) - f(1)}{\frac{7}{2} - 1} = \frac{\frac{3}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{7}{2} - 1} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Soit $M(x ; y)$ l'un des points recherchés.

Le coefficient directeur de la tangente en M est $f'(x)$. Il doit être égal à celui de la droite (AB).

$$f'(x) = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{3(x+1) - 1(3x)}{(x+1)^2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow (x+1)^2 = 9.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+1 = -3 \Leftrightarrow x_1 = -4 \\ x+1 = 3 \Leftrightarrow x_2 = +2 \end{array} \right\} \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} y_1 = f(x_1) = f(-4) = +4 \\ y_2 = f(x_2) = f(2) = +2 \end{array} \right\}.$$

Les points cherchés sont : $M_1(-4 ; +4)$ et $M_2(+2 ; +2)$.

Vérification graphique :

